



UNIVERSIDAD
DE GRANADA

Dirección Financiera

Teoría y Casos Prácticos

Ismael Sallami Moreno

Recursos Ingeniería Informática y Ade

Licencia

Este trabajo está bajo una Licencia Creative Commons BY-NC-ND 4.0.

Permisos: Se permite compartir, copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato.

Condiciones: Es necesario dar crédito adecuado, proporcionar un enlace a la licencia e indicar si se han realizado cambios. No se permite usar el material con fines comerciales ni distribuir material modificado.



Dirección Financiera

Ismael Sallami Moreno

Índice general

Alcance de estos apuntes	7
Guía de Contexto y Mapeo Temático	9
I Teoría	11
1 Tema 1: La Empresa, el Director Financiero y el Teorema de Separación de Fisher	13
1.1 La Empresa y sus Formas Jurídicas	13
1.2 Decisiones Financieras Básicas y Circuito de Tesorería	14
1.3 El Objetivo de la Función Financiera	15
1.4 Separación de Propiedad y Control: Costes de Agencia	15
1.5 El Entorno Financiero: Mercados e Instituciones	16
1.6 El Modelo Intertemporal de Elección y el Teorema de Fisher	17
2 Tema 2: Valor Actual, Coste de Oportunidad del Capital y Valoración de Activos	23
2.1 Fundamentos del Valor Actual Neto y Coste de Oportunidad	23
2.2 Valoración de Activos de Renta Fija (Obligaciones y Bonos)	25
2.3 Valoración de Acciones Ordinarias (Renta Variable)	28
2.4 El Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento (VAOC)	31
3 Tema 3: Criterios de Valoración de Inversiones	35
3.1 El Criterio del Valor Actual Neto (VAN)	35
3.2 El Criterio del Plazo de Recuperación (<i>Payback</i>)	36
3.3 La Tasa Interna de Rentabilidad (TIR)	37
3.4 Fallos Estructurales y Defectos de la TIR	38
3.5 El Índice de Rentabilidad y el Racionamiento de Capital	41
3.6 Resumen Comparativo de Criterios de Selección	41

4	Tema 4: Determinación de Flujos de Caja, Capital Circulante y Decisiones de Inversión	43
4.1	Criterios Generales para la Determinación de los Flujos de Caja	43
4.2	Inversiones en Activo Fijo y Capital Circulante	45
4.3	Determinación del Flujo de Caja Derivado de las Operaciones	46
4.4	Liquidación del Valor Residual tras Impuestos	47
4.5	Proyectos con Vidas Útiles Diferentes: Coste Anual Equivalente (CAE)	48
II	Práctica	51
1	Separación de Fisher y Decisiones de Inversión	53
1.1	Ejercicio 1	53
1.2	Ejercicio 2	55
1.3	Ejercicio 3	57
2	Valoración de Renta Variable, Crecimiento y VAOC	61
2.1	Ejercicio 4### Enunciado	61
2.2	Ejercicio 5	63
2.3	Ejercicio 6	65
2.4	Ejercicio 7	66
2.5	Ejercicio 8	67
2.6	Ejercicio 9	69
2.7	Ejercicio 10	71
2.8	Ejercicio 11	75

Alcance de estos apuntes

Este documento recoge el desarrollo sistemático, analítico y práctico de la materia de Dirección Financiera (código 2161151) impartida en el quinto curso del Doble Grado en Ingeniería Informática y Administración y Dirección de Empresas de la Universidad de Granada, adscrita al Departamento de Economía Financiera y Contabilidad.

El texto integra la fundamentación teórica rigurosa de las finanzas corporativas modernas a partir de los grandes manuales de referencia internacional (Brealey, Myers, Allen y Edmans, 2023; Berk y DeMarzo, 2020; Ross, Westerfield, Jaffe y Jordan, 2018; Martínez Abascal, 2019), complementada con los esquemas y diapositivas de la cátedra de la Universidad de Granada, las anotaciones de pizarra y la resolución analítica, gráfica y comentada de la relación oficial de problemas.

Guía de Contexto y Mapeo Temático

Para facilitar el estudio y la articulación entre los modelos teóricos y la resolución cuantitativa de problemas, a continuación se detalla la correspondencia exacta entre el programa de la asignatura y los bloques desarrollados en esta obra:

- **Tema 1: La Empresa, el Director Financiero y el Teorema de Separación de Fisher**
 - *Teoría:* Formas jurídicas, separación de propiedad y control, costes de agencia, objetivo financiero de la empresa (creación de valor vs. beneficio contable), circuito de tesorería, modelo intertemporal de consumo e inversión y Teorema de Separación de Fisher con análisis de fricciones de mercado.
 - *Práctica:* Bloque 1 de la relación oficial (Ejercicios 1 a 3), con deducción matemática de óptimos y diagramas vectoriales de Fisher.
- **Tema 2: Valor Actual, Coste de Oportunidad del Capital y Valoración de Activos**
 - *Teoría:* Fundamentos del descuento intertemporal, valoración de renta fija (bonos, tipos spot y forward, curva de rendimientos, duración), valoración de renta variable (modelo de descuento de dividendos, modelo Gordon-Shapiro, determinantes internos del crecimiento $g = b \times \text{ROE}$, descomposición analítica del precio y Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento - VAOC).
 - *Práctica:* Bloque 2 de la relación oficial (Ejercicios 4 a 11), abordando supuestos de crecimiento acotado, fases múltiples, horizontes temporales y valoración de VAOC.
- **Tema 3: Criterios de Valoración de Inversiones**
 - *Teoría:* Análisis comparativo entre el Valor Actual Neto (VAN), el Plazo de Recuperación (*Payback* simple y descontado) y la Tasa Interna de Rentabilidad (TIR). Fallos estructurales de la TIR (proyectos mutuamente excluyentes, escala, diferente perfil temporal, múltiples tasas por la regla de signos de Descartes, supuesto de reinversión implícito) e Índice de Rentabilidad bajo racionamiento de capital.
- **Tema 4: Determinación de Flujos de Caja, Capital Circulante y Decisiones de Inversión**
 - *Teoría:* Criterios de estimación del Flujo de Caja Libre (FCL) frente al beneficio contable, flujos incrementales, costes de oportunidad, costes hundidos, canibalización, inversión y recuperación de Necesidades Operativas de Fondos (NOF), amortizaciones y escudo fiscal, cálculo del valor residual tras impuestos y proyectos con distinta vida útil mediante el Coste Anual Equivalente (CAE).
- **Temas Projectados (Bloque de Riesgo, Coste de Capital y Financiación):**
 - *Tema 5: Riesgo, Rentabilidad y Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM):* Teoría de carteras de Markowitz, diversificación, riesgo específico y sistemático, deducción del CAPM y Security Market Line (SML).
 - *Tema 6: Estructura Financiera de la Empresa y Coste de Capital (WACC):* Propositiones de Modigliani y Miller con y sin impuestos, escudo fiscal de la deuda, costes de insolvencia financiera y cálculo del Coste Medio Ponderado del Capital.

Parte I

Teoría

Tema 1: La Empresa, el Director Financiero y el Teorema de Separación de Fisher

Este capítulo inaugural establece el marco conceptual e institucional sobre el que descansa toda la Dirección Financiera moderna. Se examina la naturaleza de la empresa y sus formas jurídicas, el papel del director financiero en la asignación del capital, la justificación económica del objetivo corporativo frente a la contabilidad tradicional, los problemas de agencia derivados de la separación entre propiedad y control, el modelo intertemporal de elección de consumo e inversión y la deducción rigurosa del Teorema de Separación de Fisher, analizando asimismo las consecuencias de la ruptura de sus hipótesis en presencia de fricciones de mercado.

1.1 La Empresa y sus Formas Jurídicas

La empresa es una organización económica que combina factores productivos (capital, trabajo y tecnología) para generar bienes y servicios demandados por la sociedad. Desde la perspectiva jurídico-financiera, las formas organizativas se diferencian según tres variables esenciales: la responsabilidad patrimonial de los propietarios, la negociabilidad de las participaciones en el capital y el régimen de tributación.

1.1.1 Formas organizativas básicas

1. **Empresa individual (autónomo):** El titular es una persona física que ostenta el control total del negocio y se apropia íntegramente de los beneficios netos. Su principal limitación financiera radica en la responsabilidad ilimitada: el empresario responde del cumplimiento de las deudas sociales con todos sus bienes presentes y futuros (artículo 1.911 del Código Civil). Además, la capacidad de captación de recursos queda constreñida a la riqueza personal del propietario y su solvencia crediticia bancaria, dificultando el crecimiento a gran escala.
2. **Sociedad Colectiva y Sociedad Comanditaria:** Sociedades personalistas donde los socios colectivos gestionan y responden de forma personal, ilimitada y solidaria de las deudas contraídas. Resultan apropiadas para despachos profesionales o pequeños negocios donde prima la confianza mutua, pero restringen severamente la obtención de financiación externa ajena al círculo de socios.
3. **Sociedad de Responsabilidad Limitada (S.L.):** Sociedad de carácter predominantemente cerrado donde la responsabilidad de los socios se circunscribe exclusivamente al capital aportado. El capital se divide en participaciones sociales que no tienen el carácter de valores negociables ni pueden cotizar en mercados organizados, lo que limita la liquidez de los partícipes y exige mecanismos contractuales específicos para su transmisión.

4. **Sociedad Anónima (S.A.):** Constituye el vehículo canónico de las finanzas corporativas (Brealey, Myers, Allen y Edmans, 2023, cap. 1; Berk y DeMarzo, 2020, cap. 1). Su capital está fraccionado en alícuotas denominadas acciones, que poseen la condición de valores negociables. Ofrece tres ventajas estructurales:
- *Responsabilidad limitada:* Los accionistas solo arriesgan el capital desembolsado en la suscripción de sus títulos; su patrimonio personal queda blindado frente a los acreedores corporativos.
 - *Transmisibilidad de la propiedad:* Las acciones pueden negociarse con rapidez y a bajo coste en mercados secundarios organizados (bolsas de valores), dotando de liquidez instantánea al inversor sin drenar la tesorería de la empresa.
 - *Existencia continuada e independiente:* La sociedad posee personalidad jurídica propia e indefinida, inmune a las vicisitudes vitales, quiebras o fallecimientos de sus socios singulares.

1.2 Decisiones Financieras Básicas y Circuito de Tesorería

La dirección financiera de cualquier entidad corporativa se resume en la toma continua de dos decisiones económicas interrelacionadas:

1. **Decisión de inversión (Presupuesto de capital):** Determina qué activos reales adquiere la empresa para operar. Los activos reales pueden ser tangibles (maquinaria, terrenos, naves industriales, centros logísticos) o intangibles (patentes, licencias de software, marcas, capital humano, bases de datos). La regla económica exige acometer proyectos cuyos rendimientos esperados superen el coste del capital empleado.
2. **Decisión de financiación (Estructura de capital):** Determina cómo se obtienen los fondos monetarios necesarios para financiar las decisiones de inversión. Exige emitir o contraer activos financieros (títulos de renta fija como bonos o pagarés, créditos bancarios, o títulos de renta variable como acciones ordinarias). El director financiero debe seleccionar la proporción idónea entre deuda y recursos propios que minimice el coste de capital global y preserve la solvencia.

1.2.1 El circuito de fondos del Director Financiero

El director financiero actúa como el gozne de conexión entre los mercados de capitales (donde operan los inversores que disponen de fondos excedentarios) y las operaciones reales de la empresa. Este flujo de tesorería sigue cuatro fases encadenadas (Brealey et al., 2023, cap. 1):

- **Fase 1 (Captación):** La empresa emite activos financieros en el mercado primario (vende acciones o coloca obligaciones) u obtiene créditos de intermediarios bancarios, captando liquidez de los ahorradores.
- **Fase 2 (Inversión):** Los fondos monetarios recaudados se destinan a la compra de activos reales tangibles e intangibles necesarios para la actividad productiva.
- **Fase 3 (Generación operativa):** La explotación comercial de esos activos reales genera un flujo positivo de tesorería bruta derivada de las ventas a clientes.
- **Fase 4 (Asignación y restitución):** La tesorería generada por las operaciones se bifurca en dos destinos:
 - *Reinversión interna (Fase 4a):* Retención de liquidez para financiar la sustitución o ampliación de activos reales sin acudir a los mercados externos.
 - *Retribución al capital (Fase 4b):* Devolución de fondos a los inversores que aportaron la

financiación inicial, pagando intereses y amortizando principal a los obligacionistas, y abonando dividendos o recomprando acciones a los socios.

1.3 El Objetivo de la Función Financiera

Determinar con claridad qué criterio guía la actuación directiva es un requisito metodológico previo. Históricamente se postulaba que el fin de la empresa era “maximizar el beneficio contable”. Sin embargo, la teoría financiera rechaza de plano este criterio debido a tres deficiencias estructurales insalvables:

1. **Ignorancia del valor temporal del dinero:** El beneficio contable anual suma ingresos y gastos devengados sin ponderar cuándo se cobra o se paga efectivamente. Dos proyectos pueden arrojar un beneficio acumulado idéntico de 100.000 €, pero si el proyecto A los genera en el año 1 y el proyecto B en el año 5, el proyecto A es financieramente superior porque ese dinero puede reinvertirse de inmediato al tipo de interés del mercado.
2. **Omisión sistemática del riesgo:** Un incremento del beneficio contable puede lograrse simplemente asumiendo apuestas de elevadísimo riesgo operativo o financiero (apalancamiento excesivo). La contabilidad registra el beneficio derivado del éxito puntual, pero no descuenta la probabilidad de ruina patrimonial que amenaza a los inversores.
3. **Discrecionalidad y distorsión de los criterios contables:** El beneficio neto es una magnitud moldeable mediante la elección de métodos de amortización (lineal frente a acelerada), valoración de existencias (FIFO frente a coste medio ponderado) o periodificación de provisiones. Además, un beneficio contable abultado puede coexistir con una insolvencia técnica inminente si las ventas se realizaron a crédito a clientes morosos y no existe liquidez en caja.

1.3.1 Maximización del valor de mercado de los fondos propios

Frente a la debilidad del beneficio contable, las finanzas corporativas establecen que el objetivo normativo y operativo de la empresa es **maximizar el valor de mercado actual de las acciones de los accionistas**.

Este criterio no es una mera preferencia ideológica, sino una regla de eficiencia económica general:

- El valor de mercado de una acción refleja el valor actual de todos los flujos de tesorería futuros que los inversores esperan recibir, descontados a un tipo que incorpora rigurosamente tanto el valor del tiempo como una prima exigida por el riesgo asumido.
- La maximización del valor de mercado equivale exactamente a maximizar el **Valor Actual Neto (VAN)** de las inversiones que acomete la empresa. Cualquier proyecto con $VAN > 0$ genera un excedente de riqueza por encima del coste de oportunidad del capital, incrementando directamente la cotización de los títulos de la empresa.

1.4 Separación de Propiedad y Control: Costes de Agencia

En las corporaciones modernas, la masa de accionistas (propietarios del capital) delega la gestión diaria en un equipo de administradores y directivos profesionales. Esta separación institucional genera asimetrías de información y divergencias de intereses, conceptualizadas por Michael C. Jensen y William H. Meckling (1976) como la **Teoría de la Agencia**.

En la relación de agencia, el accionista actúa como *principal* y el directivo como *agente*. Los directivos pueden estar tentados de anteponer sus metas personales (incremento de remuneraciones fijas, acumulación de poder corporativo mediante adquisiciones que aumenten el tamaño de la empresa sin crear valor, menor esfuerzo o mantenimiento de privilegios) al mandato de maximizar la riqueza del accionista.

Los **costes de agencia** representan la pérdida neta de valor derivada de esta fricción y se desglosan en tres partidas:

- **Costes de supervisión (*monitoring costs*):** Gastos asumidos por los accionistas para controlar el comportamiento del equipo gestor (auditorías externas independientes, comisiones de auditoría y retribuciones del consejo de administración).
- **Costes de garantía (*bonding costs*):** Recursos desembolsados por los propios directivos para acreditar formalmente su lealtad y alineación con los socios (fianzas, compromisos contractuales de permanencia, cláusulas de penalización por mala praxis).
- **Pérdida residual (*residual loss*):** La merma patrimonial que persiste aun aplicando mecanismos de control, ocasionada por decisiones subóptimas de directivos con intereses dispares a los accionistas.

1.4.1 Mecanismos de mitigación y gobierno corporativo

Para reducir la pérdida residual y alinear los incentivos de la dirección con los accionistas se recurre a cuatro mecanismos institucionales:

1. **Planes de incentivos vinculados a la creación de valor:** Vincular una porción sustancial de la compensación directiva a la cotización bursátil o al rendimiento a largo plazo mediante la entrega de opciones sobre acciones (*stock options*), acciones restringidas o bonus referenciados al beneficio económico añadido (EVA).
2. **Supervisión activa del Consejo de Administración:** Exigencia de una presencia mayoritaria de consejeros independientes que vigilen las decisiones del consejero delegado y evalúen de manera neutral la estrategia inversora.
3. **La amenaza de absorción hostil (*takeover*):** Si los gestores operan de forma ineficiente y destruyen valor, la cotización de la acción caerá por debajo de su potencial. Inversores externos o corporaciones competidoras detectarán la infravaloración, lanzarán una oferta pública de adquisición (OPA), comprarán el control y destituirán inmediatamente al equipo directivo incompetente.
4. **Disciplina de los mercados de deuda y productos:** El endeudamiento actúa como un freno al despilfarro directivo (*free cash flow hypothesis* de Jensen, 1986). Al obligar a la empresa a atender compromisos periódicos ineludibles de intereses y principal, reduce la tesorería ociosa que los directivos podrían destinar a proyectos vanidosos no rentables.

1.5 El Entorno Financiero: Mercados e Instituciones

Ninguna corporación opera en el vacío. Las decisiones financieras interactúan de forma permanente con el sistema financiero, cuya función primordial es canalizar el ahorro acumulado por las unidades económicas excedentarias hacia las unidades deficitarias de gasto que necesitan acometer inversiones productivas.

1.5.1 Tipología de mercados financieros

Los mercados se clasifican en función de tres criterios complementarios:

1. **Por el momento de emisión del título:**

- *Mercados primarios*: Ámbito donde los emisores (empresas o Estados) colocan activos financieros nuevos para captar liquidez directa (ofertas públicas de suscripción, emisiones de bonos corporativos).
- *Mercados secundarios*: Espacio donde los inversores compran y venden activos previamente emitidos entre sí. No aportan financiación directa a la empresa emisora, pero dotan de liquidez a los títulos y proporcionan una valoración continua que refleja la calidad de la gestión corporativa.

2. **Por el vencimiento de los activos negociados:**

- *Mercados monetarios (de dinero)*: Negocian activos de deuda a corto plazo (vencimiento inferior a un año), con elevadísima liquidez y reducido riesgo de impago (pagarés de empresa, Letras del Tesoro, depósitos interbancarios).
- *Mercados de capitales*: Negocian activos de financiación a medio y largo plazo (acciones y obligaciones con vencimientos superiores a varios años), destinados a nutrir inversiones reales fijas.

3. **Por la tipología del activo subyacente:**

- *Mercados de renta fija*: Títulos que confieren un derecho de crédito con rendimientos contractuales prefijados o referenciados a un tipo de interés base.
- *Mercados de renta variable (Bolsa)*: Participaciones alícuotas en el capital de la empresa cuyos rendimientos dependen de la marcha económica del negocio.
- *Mercados de divisas (Forex) y de derivados*: Negociación de contratos a plazo (*forwards*), futuros, permutas (*swaps*) y opciones sobre tipos de interés, tipos de cambio o materias primas, empleados para transferir y gestionar riesgos.

1.5.2 Funciones económicas de los intermediarios financieros

Los intermediarios financieros (bancos comerciales, bancos de inversión, compañías de seguros de vida, fondos de inversión y fondos de pensiones) actúan como puente entre ahorradores e inversores, aportando ventajas que los agentes individuales no podrían obtener de manera bilateral:

- **Agregación y transformación de importes**: Recogen pequeños depósitos de miles de ahorradores minoristas para articular préstamos de gran volumen requeridos por las empresas para grandes proyectos industriales.
- **Transformación de vencimientos**: Permiten a los ahorradores mantener liquidez a la vista o a corto plazo mientras financian activos reales de la empresa a plazos de diez o veinte años.
- **Diversificación y absorción de riesgos**: Crean carteras mutualizadas de activos donde el riesgo individual de impago de un deudor queda diluido entre la multitud de operaciones.
- **Mitigación de asimetrías de información**: Especialización en el análisis de solvencia previo a la concesión (*selección adversa*) y control posterior del cumplimiento de las cláusulas contractuales (*riesgo moral*).

1.6 El Modelo Intertemporal de Elección y el Teorema de Fisher

El fundamento microeconómico de todas las finanzas corporativas descansa en el modelo de elección intertemporal formulado por Irving Fisher en su obra clásica *The Theory of Interest* (1930). Este

modelo formaliza cómo los individuos eligen entre consumir hoy o aplazar su consumo hacia el futuro, y cómo la existencia de un mercado de capitales condiciona las decisiones de inversión real.

1.6.1 El marco analítico biperiódico

Consideramos una economía simplificada estructurada en dos periodos: - Momento presente o actual ($t = 0$). - Momento futuro ($t = 1$).

Un agente económico dispone de una dotación inicial de riqueza líquida en el presente, que denotamos por W_0 , y no recibe ingresos exógenos en $t = 1$. El agente debe tomar dos decisiones simultáneas: 1. Qué cantidad consume hoy (C_0) y qué cantidad consume en el futuro (C_1). 2. Qué volumen de su dotación destina a invertir en activos reales (I_0).

1.6.2 Preferencias de consumo intertemporal

El bienestar del individuo se modeliza mediante una función de utilidad intertemporal:

$$U = U(C_0, C_1)$$

Esta función cumple las hipótesis estándar de la teoría del consumidor: utilidad marginal positiva en ambos periodos ($\partial U/\partial C_0 > 0$, $\partial U/\partial C_1 > 0$) y utilidad marginal decreciente.

Gráficamente, las combinaciones de consumo presente y futuro que proporcionan el mismo nivel de satisfacción se representan mediante **curvas de indiferencia**: - Son convexas respecto al origen de coordenadas, reflejando que el individuo prefiere un consumo equilibrado y estable en el tiempo antes que extremos de abundancia y privación. - La pendiente de la curva de indiferencia en cada punto define la **Tasa Marginal de Sustitución intertemporal (TMS)**:

$$\text{Pendiente} = - \left. \frac{dC_1}{dC_0} \right|_{U=\text{cte}} = \frac{\partial U/\partial C_0}{\partial U/\partial C_1} = 1 + \rho$$

Donde ρ representa la tasa subjetiva de preferencia temporal del individuo. Un valor alto de ρ indica un perfil marcadamente impaciente (el individuo exige una compensación elevada de consumo futuro para renunciar a una unidad de consumo hoy).

1.6.3 Oportunidades de inversión real: Curva de posibilidades de producción

La empresa (o el inversor particular) dispone de un conjunto de oportunidades de inversión en activos productivos reales. Al destinar una cantidad I_0 de su riqueza presente a estos proyectos, la inversión generará un flujo de producción y tesorería en el momento futuro, $F_1 = f(I_0)$.

Dado que el consumo presente tras la inversión es $C_0 = W_0 - I_0$, el flujo futuro es $C_1 = f(W_0 - C_0)$.

Esta frontera de posibilidades de producción física exhibe dos propiedades matemáticas fundamentales: 1. **Pendiente negativa**: Para obtener más producto futuro (C_1), es imprescindible renunciar a consumo actual destinando recursos a la inversión (I_0). 2. **Concavidad respecto al origen (Rendimientos marginales decrecientes)**: La productividad del capital es decreciente: los directivos ordenan sus proyectos de inversión de mayor a menor rentabilidad esperada. El primer euro invertido se asigna a la oportunidad más lucrativa; a medida que el volumen de inversión I_0 crece, las mejores ideas se agotan y las inversiones adicionales ofrecen rendimientos paulatinamente menores:

$$f'(I_0) > 0, \quad f''(I_0) < 0$$

La pendiente en valor absoluto de la curva de posibilidades de producción en cualquier punto se denomina **Tasa Marginal de Transformación física (TMT)** o tasa interna de rendimiento marginal de la inversión (TIR_{mg}):

$$|\text{Pendiente frontera de producción}| = 1 + \text{TIR}_{\text{mg}}$$

1.6.4 El equilibrio en una economía autárquica (sin mercado financiero)

En ausencia de mercados de capitales, no existe posibilidad de prestar o pedir dinero prestado. La única forma que tiene el agente de trasladar renta de $t = 0$ a $t = 1$ es acometer directamente inversiones físicas reales.

El individuo solo puede consumir a lo largo de su frontera de posibilidades de producción. Para maximizar su utilidad, buscará la curva de indiferencia más alejada del origen que sea tangente a su curva de producción:

$$1 + \text{TMS} = 1 + \text{TIR}_{\text{mg}} \implies \rho = \text{TIR}_{\text{mg}}$$

En este régimen autárquico: - La decisión de inversión real está inexorablemente encadenada a las preferencias subjetivas de consumo del propietario. - Si dos individuos poseen empresas con idénticas oportunidades técnicas de inversión, pero uno es muy paciente (bajo ρ) y el otro muy impaciente (alto ρ), acometerán volúmenes de inversión radicalmente distintos. - En una sociedad anónima con miles de socios con perfiles de consumo divergentes, la toma de decisiones inversoras sería ingobernable: ningún equipo directivo sabría qué nivel de inversión acometer para satisfacer simultáneamente a todos los socios.

1.6.5 La introducción del mercado de capitales perfecto

La existencia de un mercado financiero perfecto transforma por completo este escenario. Supongamos un mercado donde todos los agentes pueden prestar o endeudarse de manera ilimitada a un tipo de interés único y libre de riesgo, denominado r .

La presencia de este mercado traza una recta presupuestaria intertemporal denominada **Línea de Mercado de Capitales (LMC)**: - Si un agente se sitúa en un punto productivo (C_0^p, C_1^p) , puede pedir prestado o prestar cualquier cuantía ΔC_0 a la tasa r . - La relación de intercambio en el mercado financiero implica que por cada euro prestado hoy, el mercado devuelve $(1 + r)$ euros en $t = 1$; y por cada euro obtenido a crédito hoy, el agente deberá devolver $(1 + r)$ euros en el periodo futuro.

La pendiente de la Línea de Mercado de Capitales en valor absoluto es estrictamente constante e igual a:

$$|\text{Pendiente LMC}| = 1 + r$$

Cualquier combinación de consumo final (C_0, C_1) sobre esta recta cumple la ecuación presupuestaria intertemporal:

$$C_0 + \frac{C_1}{1+r} = C_0^p + \frac{C_1^p}{1+r}$$

El término de la derecha representa la **riqueza total del agente en valor actual en $t = 0$** , que denotamos por W :

$$W = (W_0 - I_0) + \frac{f(I_0)}{1+r} = W_0 + \left[-I_0 + \frac{f(I_0)}{1+r} \right] = W_0 + \text{VAN}(I_0)$$

1.6.6 Deducción del Teorema de Separación de Fisher

Bajo la existencia del mercado de capitales, el problema de optimización del individuo se divide limpiamente en dos etapas independientes:

Etapas 1: Optimización productiva (Decisión de inversión de la empresa)

La empresa debe elegir el volumen de inversión real I_0^* que desplaza la Línea de Mercado de Capitales lo más lejos posible del origen, maximizando la riqueza total disponible W para sus propietarios.

Matemáticamente, buscamos maximizar el Valor Actual Neto respecto a la inversión:

$$\max_{I_0} \text{VAN}(I_0) = -I_0 + \frac{f(I_0)}{1+r}$$

Derivando con respecto a I_0 e igualando a cero (condición de primer orden):

$$\frac{d\text{VAN}}{dI_0} = -1 + \frac{f'(I_0)}{1+r} = 0 \implies \frac{f'(I_0)}{1+r} = 1$$

Dado que $f'(I_0) = 1 + \text{TIR}_{\text{mg}}$, la condición óptima se reduce a:

$$1 + \text{TIR}_{\text{mg}} = 1 + r \implies \text{TIR}_{\text{mg}} = r$$

Gráficamente, el óptimo de producción $P^* = (W_0 - I_0^*, F_1^*)$ se sitúa en el **punto de tangencia entre la curva de posibilidades de producción física y la Línea de Mercado de Capitales**.

En este punto: - La empresa agota todas las oportunidades de inversión física cuya rentabilidad marginal supere o iguale al tipo de interés del mercado r . - Cualquier inversión adicional arrojaría una $\text{TIR}_{\text{mg}} < r$, destruyendo valor neto porque el dinero rendiría más en el mercado financiero. - Este volumen de inversión óptimo I_0^* es completamente **independiente de las preferencias subjetivas de consumo** de los accionistas (ρ no aparece en la ecuación).

Etapas 2: Optimización financiera (Decisión de consumo individual)

Una vez que la empresa ha invertido I_0^* y generado la riqueza máxima $W_0 + \text{VAN}_{\text{máx}}$, cada accionista acude al mercado de capitales por su cuenta para elegir su combinación óptima de consumo presente y futuro: - Se desplaza a lo largo de la Línea de Mercado de Capitales hasta alcanzar la tangencia con su curva de indiferencia personal más alta:

$$1 + \text{TMS} = 1 + r \implies \rho = r$$

- Un accionista impaciente (con preferencia por el consumo actual) se endeudará en el mercado financiero al tipo r contra sus dividendos futuros de $t = 1$, trasladando liquidez a $t = 0$.
- Un accionista previsor (con preferencia por el consumo futuro) prestará parte de sus dividendos o riqueza en el mercado financiero al tipo r , trasladando consumo a $t = 1$.

1.6.7 Formulación canónica y relevancia del teorema

El Teorema de Separación de Fisher postula:

Bajo el supuesto de mercados de capitales perfectos y completos, la decisión de inversión productiva de una empresa es enteramente independiente de las preferencias subjetivas de consumo de sus accionistas.

Las consecuencias de este resultado son transcendentales para la economía moderna:

1. **Unanimidad de los accionistas:** Todos los accionistas de una sociedad anónima, independientemente de su edad, riqueza o grado de aversión al riesgo, coinciden unánimemente en una única consigna para el consejo de administración: **invertir en activos reales hasta el punto en que el rendimiento marginal iguale a la tasa de interés de mercado, maximizando el VAN.**
2. **Legitimación de la delegación directiva:** Los accionistas no necesitan votar ni deliberar sobre cada decisión de compra de activos. Basta con instruir a los directivos profesionales para que apliquen la regla del VAN positivo. La dirección puede operar con autonomía técnica sin consultar los gustos individuales de los inversores.
3. **Objetividad de la valoración:** El valor de un proyecto de inversión no depende de quién lo evalúe. Su viabilidad viene fijada por magnitudes objetivas: sus flujos esperados de tesorería y el coste de oportunidad del capital en los mercados financieros.

1.6.8 Ruptura del Teorema de Fisher en Mercados Imperfectos

El Teorema de Fisher depende de la perfección del mercado de capitales. En el mundo financiero real existen fricciones que quiebran la línea continua de mercado:

1. Diferencial entre tipos de endeudamiento y préstamo ($r_d > r_p$)

En la realidad bancaria existe un margen de intermediación: el tipo de interés exigido para pedir prestado (r_d) es estrictamente superior al tipo abonado por prestar fondos (r_p).

Bajo esta distorsión: - La línea de mercado ya no es una recta continua de pendiente $1 + r$. - Se convierte en una línea quebrada con un vértice en el punto de producción: - En la zona de préstamo (ahorrar para el futuro), la pendiente es menor: $1 + r_p$. - En la zona de endeudamiento (adelantar consumo), la pendiente es mayor: $1 + r_d$.

Como resultado de este quiebre: - El accionista prestamista desea que la empresa continúe invirtiendo en activos reales mientras estos rindan por encima de su tasa de colocación ($\text{TIR}_{\text{mg}} \geq r_p$). - El accionista prestatario exige frenar la inversión antes, en cuanto el rendimiento caiga por debajo de su coste crediticio ($\text{TIR}_{\text{mg}} = r_d$), para evitar tener que pedir prestado al elevado tipo r_d . - Se extingue la unanimidad: surge un conflicto de intereses estructural en el seno del accionariado sobre el volumen óptimo de inversión de la empresa.

2. Racionamiento de crédito y restricciones de liquidez

Si los inversores se enfrentan a un tope máximo de endeudamiento (por falta de garantías o asimetrías de información), no pueden alcanzar su curva de indiferencia deseada a través del mercado. En ese caso, la política de dividendos de la empresa pasa a ser decisiva para su bienestar, invalidando la separación estricta.

3. Asimetría de información y costes de transacción

La existencia de costes de emisión, comisiones bursátiles e impuestos sobre plusvalías y dividendos introduce cuñas fiscales y financieras que obligan a evaluar las decisiones de inversión considerando la situación particular de los partícipes y la estructura tributaria aplicable.

Tema 2: Valor Actual, Coste de Oportunidad del Capital y Valoración de Activos

Este capítulo aborda los principios cuantitativos del descuento intertemporal, la fijación del coste de oportunidad del capital y los modelos analíticos de valoración de activos financieros de renta fija y renta variable. Se profundiza en el comportamiento de las obligaciones ante fluctuaciones en los tipos de interés, la estructura temporal de la curva de rendimientos, y los modelos de valoración de acciones ordinarias mediante descuento de dividendos y la descomposición del precio en valor de los activos en marcha y Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento (VAOC).

2.1 Fundamentos del Valor Actual Neto y Coste de Oportunidad

El valor del dinero no es constante en el tiempo: un euro disponible hoy posee mayor valor económico que un euro prometido dentro de un año. Esta asimetría descansa en dos hechos objetivos:

1. El euro presente puede colocarse de inmediato en el mercado financiero devengando una rentabilidad cierta (interés libre de riesgo).
2. Los flujos de tesorería futuros conllevan incertidumbre respecto a su cobro efectivo, además de experimentar la pérdida de poder adquisitivo por efecto de la inflación.

Para comparar importes monetarios fechados en momentos temporales distintos, es indispensable homogeneizarlos trasladándolos a una fecha común de referencia. La operación que traslada flujos futuros al momento presente ($t = 0$) se denomina **actualización** o descuento.

2.1.1 La regla del Valor Actual

Si un proyecto o activo promete generar un flujo de tesorería F_1 al cabo de un año, su **Valor Actual (VA)** en el momento presente se define como:

$$VA = \frac{F_1}{1 + r}$$

Donde r es el **coste de oportunidad del capital**, definido como la tasa esperada de rentabilidad a la que renuncian los inversores por inmovilizar sus fondos en dicho proyecto en lugar de colocarlos en activos financieros alternativos de riesgo comparable cotizados en el mercado de capitales (Brealey, Myers, Allen y Edmans, 2023, cap. 2).

El **Valor Actual Neto (VAN)** mide la contribución neta que la inversión realiza a la riqueza de

la empresa tras deducir el desembolso inicial (I_0):

$$\text{VAN} = -I_0 + \text{VA} = -I_0 + \frac{F_1}{1+r}$$

Si extendemos el horizonte temporal a n periodos, la expresión general del VAN adopta la forma canónica:

$$\text{VAN} = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1+r)^t}$$

2.1.2 Regla de decisión y criterios equivalentes

La dirección financiera aplica dos reglas normativas estrictamente equivalentes para evaluar cualquier propuesta inversora:

- **Regla del Valor Actual Neto:** Aceptar únicamente proyectos cuyo VAN sea estrictamente positivo ($\text{VAN} > 0$). Si $\text{VAN} > 0$, el proyecto genera un valor de mercado superior a su coste de ejecución, expandiendo la riqueza de los accionistas.
- **Regla de la Tasa de Rentabilidad:** Aceptar proyectos cuya tasa interna de rendimiento esperado supere el coste de oportunidad del capital:

$$\text{Rentabilidad esperada} = \frac{F_1 - I_0}{I_0} > r$$

Despejando analíticamente:

$$\frac{F_1 - I_0}{I_0} > r \iff \frac{F_1}{I_0} - 1 > r \iff \frac{F_1}{1+r} > I_0 \iff -I_0 + \frac{F_1}{1+r} > 0 \iff \text{VAN} > 0$$

Ambos criterios conducen exactamente al mismo resultado de aceptación o rechazo.

2.1.3 Criterio óptimo de volumen inversor y desviaciones

En la modelización de la cátedra de la Universidad de Granada (Tema 2, diapositivas 11 a 25), la inversión en activos reales se representa en el eje de abscisas de $t = 0$ como el segmento JD , que reporta un flujo de caja futuro JR en $t = 1$. El óptimo que maximiza el VAN se alcanza cuando la rentabilidad marginal del último euro invertido coincide exactamente con el tipo de interés del mercado ($\text{TIR}_{\text{mg}} = r$).

Se analizan dos posibles desviaciones ineficientes respecto a ese óptimo:

1. **Subinversión ($ND < JD$):** La empresa acomete un volumen de inversión inferior al óptimo (ND). Al frenar el gasto de capital antes de tiempo, deja escapar proyectos cuya rentabilidad marginal es superior al tipo de interés de mercado ($\text{TIR}_{\text{mg}} > r$). Se desaprovecha una masa de proyectos con VAN positivo, situando a la empresa en una línea de mercado de menor cota y mermando la riqueza final tanto de accionistas prestamistas como prestatarios.
2. **Sobreinversión ($ND > JD$):** La empresa amplía su presupuesto de capital por encima del óptimo (ND). Los proyectos adicionales acometidos presentan rendimientos decrecientes por debajo del coste de capital del mercado ($\text{TIR}_{\text{mg}} < r$). Estos proyectos marginales arrojan un VAN individual negativo, destruyendo parte del valor generado por las primeras inversiones y reduciendo la riqueza neta del accionariado.

2.2 Valoración de Activos de Renta Fija (Obligaciones y Bonos)

Una obligación o bono es un activo financiero de renta fija que representa una parte alícuota de un empréstito emitido por una corporación mercantil o un ente público (Estado, comunidad autónoma o municipio). El emisor asume el compromiso legal de abonar al tenedor una serie de pagos periódicos prefijados de intereses (cupones) y reembolsar el capital principal (valor nominal o facial) a la fecha de amortización o vencimiento.

2.2.1 Parámetros contractuales básicos

- **Valor nominal o facial (N):** Importe sobre el que se calculan los intereses y que el emisor se compromete a reembolsar al vencimiento.
- **Tipo de interés cupón (c):** Porcentaje nominal anual pactado en la emisión ($C = c \times N$).
- **Frecuencia de pago:** Anual, semestral o trimestral.
- **Vencimiento (n):** Fecha límite en la que el emisor extingue la deuda abonando el principal y el último cupón.

2.2.2 Deducción del precio teórico de una obligación

Bajo la ley del precio único y el principio de ausencia de arbitraje (Berk y DeMarzo, 2020, cap. 6), el precio de mercado de un bono con cupones periódicos (P_0) equivale al valor actual de todos los cobros futuros esperados, descontados a la tasa de rentabilidad exigida en el mercado para títulos de riesgo y plazo comparables (r):

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^n}$$

Aplicando la suma de una progresión geométrica decreciente para el flujo constante de cupones, la fórmula se compacta analíticamente en:

$$P_0 = C \times \left[\frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \right] + \frac{N}{(1+r)^n}$$

2.2.3 Relación matemática entre precio y tipos de interés

Existe una relación funcional inversa y convexa entre el precio de cotización de una obligación y los tipos de interés de mercado vigentes:

- **Cotización a la par ($P_0 = N$):** Ocurre cuando el tipo cupón coincide exactamente con la rentabilidad exigida por el mercado ($c = r$). El inversor recibe exactamente lo que demanda.
- **Cotización sobre la par ($P_0 > N$):** Ocurre cuando el tipo cupón supera el tipo de mercado ($c > r$). Como el bono retribuye intereses más atractivos que las nuevas emisiones del mercado, los inversores están dispuestos a pagar una prima de emisión ($P_0 > N$) hasta que la rentabilidad neta efectiva se iguale con r .
- **Cotización bajo la par ($P_0 < N$):** Ocurre cuando el tipo cupón es inferior al tipo de mercado ($c < r$). El bono ofrece cupones poco competitivos, por lo que cotiza con descuento ($P_0 < N$) para que la revalorización del precio hasta el nominal compense la merma del cupón.

2.2.4 Rentabilidad al vencimiento frente a rentabilidad actual

Es necesario distinguir tres conceptos de rentabilidad habitualmente confundidos:

1. **Rentabilidad actual (*Current Yield*):** Cociente directo entre el cupón anual y el precio corriente de compra:

$$\text{Rentabilidad actual} = \frac{C}{P_0}$$

Ignora por completo la ganancia o pérdida de capital que experimentará el inversor al vencimiento cuando el bono sea reembolsado por su nominal N .

2. **Rentabilidad al vencimiento (*Yield to Maturity* o **TIR del bono**):** Es la tasa interna de descuento anualizada (y o r) que iguala exactamente el precio de mercado actual del bono con el valor presente de todos sus cobros futuros de cupón y principal:

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{N}{(1+y)^n}$$

Representa la rentabilidad real efectiva que obtendrá el inversor únicamente si mantiene el bono hasta su vencimiento y logra reinvertir todos los cupones intermedios a esa misma tasa y .

3. **Tasa de rentabilidad del periodo de tenencia (*Holding Period Return*):** Si el inversor adquiere el título en $t = 0$ a un precio P_0 y lo enajena en $t = 1$ a un precio P_1 tras cobrar el primer cupón C_1 , la rentabilidad efectivamente lograda es:

$$R = \frac{C_1 + (P_1 - P_0)}{P_0} = \frac{C_1}{P_0} + \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

Donde C_1/P_0 es el rendimiento por intereses y $(P_1 - P_0)/P_0$ es la ganancia o pérdida patrimonial por variación en el precio del bono. Si los tipos de mercado han aumentado durante el año ($r_1 > r_0$), el precio de venta P_1 habrá caído, pudiendo arrojar una rentabilidad total negativa.

2.2.5 Riesgo de tipo de interés y sensibilidad (Duración)

El riesgo de tipo de interés es la volatilidad que experimenta el precio de mercado de un bono ante variaciones imprevistas en los tipos de interés de la economía. Presenta dos propiedades estructurales:

- **Efecto vencimiento:** A mayor plazo de amortización restante (n), mayor es el porcentaje de oscilación del precio ante una variación de 100 puntos básicos en el tipo de interés. Las obligaciones a 20 o 30 años son mucho más sensibles y volátiles que los bonos a 2 años.
- **Efecto cupón:** A menor tipo de cupón (c), mayor es la sensibilidad del bono. Esto ocurre porque un cupón reducido pospone la devolución de la mayor parte del flujo de caja hasta el vencimiento final. El caso extremo de máxima sensibilidad lo constituyen los bonos cupón cero.

Para medir con exactitud esta sensibilidad, Frederick Macaulay (1938) formuló el concepto de **Duración de Macaulay (D)**, definida como la vida media ponderada de los flujos de tesorería del bono, utilizando como ponderaciones el valor actual de cada flujo sobre el precio total:

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n t \times \frac{C_t}{(1+r)^t}}{P_0}$$

A partir de la duración de Macaulay se obtiene la **Duración Modificada** (D^*), que cuantifica el porcentaje directo de variación del precio ante un cambio infinitesimal en el tipo de interés:

$$D^* = \frac{D}{1+r} \implies \frac{\Delta P}{P} \approx -D^* \times \Delta r$$

2.2.6 La Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI)

En los mercados financieros no existe un único tipo de interés r , sino una constelación de tipos que varían según el horizonte temporal del préstamo. La **Curva de Rendimientos** (*Yield Curve*) refleja gráficamente la relación entre el tipo de interés de la deuda pública soberana libre de riesgo y su plazo hasta el vencimiento.

- **Tipos al contado** (*Spot rates*, r_t): Tipo de interés anualizado aplicable a un flujo monetario único que se abonará dentro de t periodos a partir de hoy (rendimiento de un bono cupón cero a t años).
- **Tipos a plazo** (*Forward rates*, $f_{t-1,t}$): Tipo de interés implícito pactado hoy para un préstamo que comenzará en el periodo futuro $t-1$ y finalizará en t . Bajo condiciones de ausencia de arbitraje:

$$(1+r_t)^t = (1+r_{t-1})^{t-1} \times (1+f_{t-1,t})$$

Formas de la curva de rendimientos y teorías explicativas

La curva de tipos puede adoptar tres morfologías:

1. **Ascendente (Normal)**: Los tipos a largo plazo son superiores a los tipos a corto plazo. Refleja primas por liquidez exigidas por los inversores para inmovilizar su dinero a horizontes prolongados y expectativas de expansión económica.
2. **Plana**: Los tipos a corto y largo plazo coinciden. Indica periodos de transición en la política monetaria.
3. **Invertida**: Los tipos a corto plazo son superiores a los tipos a largo plazo. Históricamente constituye el indicador adelantado más fiable de una recesión macroeconómica inminente, ya que descuenta que los bancos centrales se verán forzados a recortar los tipos oficiales para reanimar la economía.

2.2.7 Obligaciones corporativas y prima de riesgo de crédito

A diferencia de la deuda soberana de Estados solventes (emitida en su propia moneda sin riesgo aparente de quiebra), las obligaciones emitidas por corporaciones mercantiles conllevan **riesgo de crédito o insolvencia** (*default risk*).

Las agencias de calificación crediticia (Standard & Poor's, Moody's, Fitch) auditan la solidez financiera de los emisores y asignan notas escalonadas: - **Grado de inversión** (*Investment Grade*): Calificaciones comprendidas entre AAA/Aaa y BBB/Baa. Emisores sólidos con baja probabilidad de impago. - **Grado especulativo o Bonos de alto rendimiento** (*High Yield / Junk Bonds*): Calificaciones iguales o inferiores a BB/Ba. Compañías con vulnerabilidad financiera que deben pagar intereses sustancialmente más elevados para captar fondos.

El **Diferencial de Crédito** (*Credit Spread*) es la diferencia entre el rendimiento exigido a una obligación empresarial y el rendimiento de un bono soberano libre de riesgo de idéntico vencimiento:

$$\text{Spread de crédito} = y_{\text{corporativo}} - y_{\text{soberano}}$$

Este diferencial remunera dos factores: la probabilidad actuarial de impago y pérdida en caso de quiebra (*loss given default*), y una prima de iliquidez derivada de que los bonos corporativos se negocian con menor frecuencia que la deuda pública.

2.3 Valoración de Acciones Ordinarias (Renta Variable)

Las acciones ordinarias representan alícuotas del capital social de una empresa. Confieren a su titular derechos políticos (asistencia y voto en juntas generales) y derechos económicos (cobro de dividendos y participación en el remanente en caso de liquidación societaria).

A diferencia de los bonos, las acciones ordinarias presentan dos singularidades financieras críticas: 1. No poseen fecha de amortización o vencimiento prefijada; su horizonte temporal es contractualmente indefinido (perpetuidad). 2. Los flujos de tesorería que retribuirán al inversor (dividendos) no están contractualmente garantizados ni prefijados por ley: dependen de la capacidad competitiva de la empresa para generar beneficios y de la decisión soberana de la junta general respecto a la política de reparto.

2.3.1 El modelo de descuento de flujos para un horizonte temporal cerrado

Consideremos un inversor que adquiere una acción ordinaria en el momento actual ($t = 0$) pagando un precio de cotización P_0 . El inversor planea mantener el título en cartera durante un año, horizonte en el que espera cobrar un dividendo Div_1 y enajenar la acción al cierre del periodo a un precio de mercado esperado P_1 .

Si la tasa de rentabilidad exigida por el mercado para activos de similar perfil de riesgo es r , el precio justo de la acción en $t = 0$ responde al valor actual de los flujos de cobro en $t = 1$:

$$P_0 = \frac{\text{Div}_1 + P_1}{1 + r}$$

Despejando la tasa de rentabilidad esperada r :

$$r = \frac{\text{Div}_1}{P_0} + \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

La rentabilidad del accionista se descompone aditivamente en dos sumandos: - **Rendimiento por dividendo** (*Dividend Yield*): $\frac{\text{Div}_1}{P_0}$, componente corriente de tesorería distribuida. - **Rendimiento por ganancia de capital** (*Capital Gain Yield*): $\frac{P_1 - P_0}{P_0}$, revalorización bursátil de la acción.

2.3.2 Extensión a un horizonte temporal infinito

¿Cómo se determina el precio de venta en $t = 1$, P_1 ? De manera idéntica, el comprador en $t = 1$ fijará el precio actualizando el dividendo esperado en $t = 2$ y el precio de salida en $t = 2$:

$$P_1 = \frac{\text{Div}_2 + P_2}{1 + r}$$

Sustituyendo recursivamente P_1 en la ecuación de P_0 :

$$P_0 = \frac{\text{Div}_1}{1 + r} + \frac{\frac{\text{Div}_2 + P_2}{1 + r}}{1 + r} = \frac{\text{Div}_1}{1 + r} + \frac{\text{Div}_2}{(1 + r)^2} + \frac{P_2}{(1 + r)^2}$$

Iterando el proceso hacia un horizonte de H años:

$$P_0 = \sum_{t=1}^H \frac{\text{Div}_t}{(1 + r)^t} + \frac{P_H}{(1 + r)^H}$$

Cuando el horizonte temporal se extiende hacia el infinito ($H \rightarrow \infty$), siempre que el precio crezca a una tasa inferior al coste de capital (r), el valor actual del precio terminal se aproxima a cero:

$$\lim_{H \rightarrow \infty} \frac{P_H}{(1 + r)^H} = 0$$

Por consiguiente, el precio teórico de mercado de una acción ordinaria se reduce a la suma descontada de todos los dividendos futuros esperados a perpetuidad:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\text{Div}_t}{(1 + r)^t}$$

Este resultado es la base del **Modelo de Descuento de Dividendos (MDD)** de John Burr Williams (1938). Nótese que no asume que el inversor deba conservar la acción eternamente: aunque un accionista la venda a corto plazo, el precio que recibirá en el mercado secundario reflejará la valoración de los dividendos que percibirán los inversores subsiguientes.

2.3.3 El Modelo de Gordon y Shapiro (Crecimiento Constante)

Estimar individualmente una corriente infinita de dividendos es impracticable. Myron J. Gordon y Eli Shapiro (1962) formularon una simplificación analítica asumiendo que los dividendos por acción crecen a una tasa acumulativa constante anual g de manera indefinida:

$$\text{Div}_t = \text{Div}_1 \times (1 + g)^{t-1}$$

Bajo esta hipótesis, la serie infinita de flujos descontados adopta la estructura matemática de una progresión geométrica decreciente:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\text{Div}_1(1 + g)^{t-1}}{(1 + r)^t} = \frac{\text{Div}_1}{1 + r} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1 + g}{1 + r} \right)^k$$

Siempre que la tasa de capitalización sea estrictamente superior a la tasa de crecimiento ($r > g$), la suma de la progresión geométrica converge a:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1+g}{1+r} \right)^k = \frac{1}{1 - \frac{1+g}{1+r}} = \frac{1+r}{(1+r) - (1+g)} = \frac{1+r}{r-g}$$

Multiplicando por $\frac{\text{Div}_1}{1+r}$, obtenemos la célebre fórmula de **Gordon y Shapiro**:

$$P_0 = \frac{\text{Div}_1}{r-g} \quad \text{con } r > g$$

Despejando el coste de capital propio (r):

$$r = \frac{\text{Div}_1}{P_0} + g$$

En equilibrio, la tasa de ganancia de capital del inversor coincide exactamente con la tasa de crecimiento de los dividendos g .

2.3.4 Determinantes del crecimiento: Retención y Rentabilidad sobre Fondos Propios

La tasa de crecimiento g no es una variable exógena o caída del cielo: se origina en la política de reinversión interna de la corporación.

Siguiendo el esquema analítico explicado en clase (recogido en `dfin-vistoenclase.md` y en las diapositivas de la UGR):

1. **De las ventas al Beneficio Neto:** A partir de los ingresos por ventas se deducen los costes variables y fijos de explotación y las amortizaciones técnicas, obteniendo el **Beneficio Antes de Intereses e Impuestos (BAIT)**. Tras restar los intereses financieros de la deuda (I), se obtiene el **Beneficio Antes de Impuestos (BAT)**. Deducido el Impuesto sobre Sociedades (T), resulta el **Beneficio Neto (BN)**.
2. **El Beneficio por Acción (BPA):** Dividiendo el Beneficio Neto entre el número de acciones en circulación:

$$\text{BPA} = \frac{\text{Beneficio Neto}}{\text{Número de acciones}}$$

3. **Asignación del beneficio:** El BPA se fragmenta en dos componentes complementarios:

$$\text{BPA} = \text{Dividendo por acción} + \text{Reservas por acción}$$

- **Tasa de reparto de dividendos (*payout*, p):** Porcentaje del beneficio neto repartido a los socios:

$$p = \frac{\text{Dividendo}}{\text{Beneficio Neto}} = \frac{\text{Div}_1}{\text{BPA}_1}$$

- **Tasa de retención de beneficios (b):** Porcentaje del beneficio neto retenido en balance para nutrir reservas e inversiones:

$$b = 1 - p = \frac{\text{Reservas}}{\text{Beneficio Neto}}$$

- **Rentabilidad sobre los Fondos Propios (ROE):** Rendimiento contable obtenido por la empresa sobre el patrimonio neto contable aportado por los accionistas:

$$\text{ROE} = \frac{\text{Beneficio Neto}}{\text{Fondos Propios}}$$

Si la empresa reinvierte una fracción b de sus beneficios en proyectos que rinden a una tasa constante ROE, el crecimiento anual del beneficio por acción y de los dividendos responde a la identidad estructural:

$$g = b \times \text{ROE}$$

Esta formulación demuestra con nitidez que el crecimiento de una empresa exige simultáneamente dos factores: - Esfuerzo de retención de beneficios ($b > 0$). - Capacidad operativa para generar rentabilidad sobre ese ahorro reinvertido ($\text{ROE} > 0$).

2.3.5 Advertencias y limitaciones del modelo de Gordon-Shapiro

El modelo de Gordon-Shapiro debe aplicarse con rigor técnico, atendiendo a tres limitaciones fundamentales:

1. **Condición matemática $r > g$:** Si una empresa experimenta transitoriamente una tasa de crecimiento superior a su coste de capital ($g \geq r$), aplicar la fórmula arroja un denominador negativo o nulo, generando precios absurdos.
2. **Imposibilidad macroeconómica de hipercrecimiento a perpetuidad:** En el largo plazo, ninguna empresa puede sostener un crecimiento g por encima del crecimiento del Producto Interior Bruto (PIB) de la economía en la que opera. Si una compañía creciera indefinidamente al 10 % anual en una economía que crece al 2 %, llegaría un momento en que la empresa superaría en tamaño al PIB mundial, lo cual es inviable.
3. **Modelos en fases múltiples:** Para empresas innovadoras que atraviesan una fase inicial de fuerte expansión, se emplean modelos de valoración en dos o tres etapas:
 - *Fase 1 (Crecimiento acelerado):* Se descuentan año a año los dividendos singulares proyectados durante los primeros T ejercicios a una tasa elevada g_1 .
 - *Fase 2 (Madurez y estabilización):* A partir del año $T+1$, la empresa alcanza su velocidad de cruce con un crecimiento sostenible $g_2 < r$. Se calcula el **Valor Terminal** (P_T) aplicando Gordon-Shapiro sobre el dividendo Div_{T+1} y se descuenta a $t = 0$:

$$P_0 = \sum_{t=1}^T \frac{\text{Div}_t}{(1+r)^t} + \frac{P_T}{(1+r)^T}, \quad \text{donde } P_T = \frac{\text{Div}_{T+1}}{r - g_2}$$

2.4 El Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento (VAOC)

El valor de mercado de las acciones no siempre se explica de forma intuitiva a través del dividendo corriente. Stewart C. Myers (1977) demostró que el precio de cualquier acción puede descomponerse analíticamente en dos magnitudes aditivas e independientes:

$$P_0 = \frac{\text{BPA}_1}{r} + \text{VAOC}$$

2.4.1 Desglose de los dos componentes del precio

1. **Valor de los activos en marcha (negocio estacionario o “vaca lechera”):** El término $\frac{BPA_1}{r}$ representa el valor que tendría la acción si la empresa decidiera no invertir ni retener un solo euro más, repartiendo el 100 % de sus beneficios en forma de dividendos corrientes ($b = 0 \implies p = 1$). Dado que no se dota nuevo capital, el inmovilizado solo repone su depreciación y el beneficio se mantiene constante en BPA_1 a perpetuidad. Su valor equivale a una renta perpetua constante descontada al coste de capital r .
2. **El Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento (VAOC / PVGO):** El sumando VAOC es el valor actual neto agregado de todos los proyectos de inversión futuros que la empresa acometerá a lo largo del tiempo gracias a la retención y reinversión de beneficios.

2.4.2 Condición rigurosa de creación de valor: ¿Cuándo añade riqueza el crecimiento?

Uno de los errores más comunes en la práctica financiera es asumir que cualquier aumento en el crecimiento (g) incrementa automáticamente el precio de la acción. La teoría financiera y las explicaciones de la cátedra demuestran que esto es falso.

El impacto de la reinversión sobre el valor de la acción depende críticamente de la relación entre la rentabilidad de las reinversiones (ROE) y la tasa de descuento exigida por el mercado (r):

Relación ROE frente a r	Rendimiento del proyecto	Signo del VAN de reinversiones	Impacto en el VAOC	Efecto en la cotización (P_0)	Clasificación de la empresa
$ROE > r$	Superior al coste de capital	$VAN > 0$	$VAOC > 0$	Aumenta ($P_0 > \frac{BPA_1}{r}$)	Empresa de crecimiento
$ROE = r$	Idéntico al coste de capital	$VAN = 0$	$VAOC = 0$	Neutro ($P_0 = \frac{BPA_1}{r}$)	Empresa estacionaria neutra
$ROE < r$	Inferior al coste de capital	$VAN < 0$	$VAOC < 0$	Destruye valor ($P_0 < \frac{BPA_1}{r}$)	Empresa destructora de valor

2.4.3 Demostración analítica de neutralidad con $ROE = r$

Partiendo de la fórmula de Gordon y Shapiro:

$$P_0 = \frac{\text{Div}_1}{r - g} = \frac{BPA_1 \times (1 - b)}{r - b \times ROE}$$

Si la empresa obtiene de sus reinversiones exactamente la misma rentabilidad que exige el mercado ($ROE = r$):

$$P_0 = \frac{BPA_1 \times (1 - b)}{r - b \times r} = \frac{BPA_1 \times (1 - b)}{r \times (1 - b)} = \frac{BPA_1}{r}$$

Sustituyendo en la ecuación del VAOC:

$$\text{VAOC} = P_0 - \frac{\text{BPA}_1}{r} = \frac{\text{BPA}_1}{r} - \frac{\text{BPA}_1}{r} = 0$$

Este resultado matemático encierra una lección directiva de primer orden: retener beneficios para crecer no crea un solo euro de riqueza si los proyectos acometidos tienen un VAN nulo. Aunque el beneficio contable aumente año tras año al ritmo de g , la pérdida de dividendos inmediatos compensa con exactitud el mayor dividendo futuro, dejando la riqueza del accionista intacta.

Peor aún: si un equipo directivo reinvierte beneficios a una tasa $\text{ROE} < r$, el VAOC se vuelve **negativo**. La empresa está confiscando flujos a los accionistas para enterrarlos en proyectos destructores de riqueza, haciendo que la acción cotice con penalización bursátil por debajo del valor que tendría si repartiera el 100 % de la caja.

2.4.4 Interpretación del ratio Beneficio/Precio y el ratio PER

La descomposición del VAOC arroja luz sobre la interpretación de los dos múltiplos de valoración más universales de las bolsas: el ratio Beneficio/Precio (BPA_1/P_0) y el ratio Precio/Beneficio (PER o Price-to-Earnings).

Dividiendo la ecuación fundamental de Myers entre P_0 :

$$1 = \frac{\text{BPA}_1}{r \times P_0} + \frac{\text{VAOC}}{P_0} \implies \frac{\text{BPA}_1}{P_0} = r \times \left(1 - \frac{\text{VAOC}}{P_0}\right)$$

O de forma recíproca para el PER:

$$\text{PER} = \frac{P_0}{\text{BPA}_1} = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\text{VAOC}}{\text{BPA}_1/r}\right)$$

De estas expresiones se extraen dos conclusiones operativas fundamentales:

1. **Validez del ratio BPA/P_0 como estimador del coste de capital:** El cociente BPA_1/P_0 (tasa de rentabilidad de los beneficios) **solo es un indicador válido de la tasa de descuento r si la empresa no posee oportunidades de crecimiento ($\text{VAOC} = 0$)**. En tal situación:

$$\frac{\text{BPA}_1}{P_0} = r \quad \text{y} \quad \text{PER} = \frac{1}{r}$$

2. **Significado económico del PER elevado:** Un PER alto (por ejemplo, 30 o 40 veces beneficios) no significa necesariamente que una acción esté cara. Si la empresa dispone de proyectos con $\text{ROE} \gg r$, el mercado descuenta un volumen sustancial de VAOC positivo en el numerador, elevando el PER por encima de la referencia neutral $1/r$. Por el contrario, empresas maduras sin oportunidades de inversión cotizan con múltiplos PER cercanos a $1/r$.

Tema 3: Criterios de Valoración de Inversiones

Este capítulo aborda de manera analítica y comparada los principales métodos empleados en la evaluación y selección de proyectos de presupuesto de capital. Se analiza la supremacía normativa del Valor Actual Neto (VAN), las limitaciones del Plazo de Recuperación (*Payback* simple y descontado), y la formulación de la Tasa Interna de Rentabilidad (TIR), desgranando con detalle matemático sus fallos estructurales en proyectos mutuamente excluyentes, flujos no convencionales y préstamos, así como el criterio del Índice de Rentabilidad bajo restricciones de racionamiento de capital.

3.1 El Criterio del Valor Actual Neto (VAN)

El objetivo de la dirección financiera, consagrado por el Teorema de Separación de Fisher, reside en acometer aquellas decisiones de inversión que maximicen la riqueza neta de los accionistas. El criterio metodológicamente superior para discriminar qué proyectos cumplen este propósito es el **Valor Actual Neto (VAN)**.

3.1.1 Formulación matemática y componentes

El VAN mide el incremento neto de riqueza que un proyecto de inversión aporta a la empresa, expresado en unidades monetarias del momento presente ($t = 0$). Se calcula restando el desembolso inicial de inversión (I_0) del valor actual de la corriente de flujos de tesorería netos generados a lo largo de su vida útil:

$$\text{VAN} = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1+k)^t}$$

Donde: - I_0 representa el desembolso inicial exigido para adquirir los activos reales en $t = 0$. - F_t es el flujo de tesorería neto generado por el proyecto en el periodo t ($t = 1, 2, \dots, n$). - k es el coste de oportunidad del capital (tasa de descuento), que refleja la rentabilidad esperada a la que renuncian los inversores en el mercado de capitales por no colocar sus fondos en activos de riesgo equivalente. - n es el horizonte temporal o vida útil económica del proyecto.

3.1.2 Regla de decisión

- **Si $\text{VAN} > 0$:** La inversión genera una rentabilidad superior a la exigida por el mercado para su nivel de riesgo. El excedente se transfiere íntegramente a los fondos propios de la empresa, elevando el valor de sus acciones. **El proyecto debe aceptarse.**
- **Si $\text{VAN} < 0$:** La inversión no compensa el coste de oportunidad del dinero y el riesgo asumido. Acometerlo destruiría riqueza patrimonial. **El proyecto debe rechazarse.**

- **Si $VAN = 0$:** La inversión genera exactamente la rentabilidad que demanda el mercado. La empresa cubre sus costes de capital sin alterar el valor de mercado de sus acciones; el proyecto resulta indiferente desde una perspectiva puramente financiera.

3.1.3 Propiedades teóricas del VAN

Frente a cualquier otra métrica contable o financiera, el VAN reúne tres propiedades que lo convierten en el único criterio universalmente infalible (Brealey, Myers, Allen y Edmans, 2023, cap. 5):

1. **Reconocimiento íntegro del valor temporal del dinero:** Pondera de forma exacta el momento cronológico de cada cobro y pago, descontándolo mediante factores compuestos $(1 + k)^t$.
2. **Independencia de criterios subjetivos y contables:** Depende exclusivamente de los flujos de caja reales del proyecto y de la tasa de descuento fijada por el mercado, sin verse distorsionado por preferencias personales de los gestores, políticas de dividendos o elecciones de normas contables.
3. **Propiedad aditiva (Principio de aditividad del valor de mercado):** El valor actual neto de dos proyectos independientes combinados es estrictamente igual a la suma algebraica de sus valores individuales:

$$VAN(A + B) = VAN(A) + VAN(B)$$

Esta propiedad es vital para las grandes corporaciones, pues permite que directores de distintas filiales o divisiones tomen decisiones de inversión descentralizadas: si cada división acomete proyectos con VAN positivo, la suma de todas sus decisiones maximiza sinérgicamente el valor global del grupo.

3.2 El Criterio del Plazo de Recuperación (*Payback*)

El Plazo de Recuperación (habitualmente denominado *Payback*) es un criterio clásico de selección de inversiones muy extendido en la práctica empresarial debido a su aparente simplicidad intuitiva.

3.2.1 Definición y cálculo

El Plazo de Recuperación se define como el tiempo cronológico exacto que tarda un proyecto en generar suficientes flujos de tesorería para recuperar el desembolso inicial I_0 .

Si un proyecto exige $I_0 = 100,000 \text{ €}$ y genera flujos constantes de $25,000 \text{ €}$ anuales, su plazo de recuperación es:

$$PR = \frac{100,000}{25,000} = 4 \text{ años}$$

Si los flujos son irregulares, se van acumulando año tras año hasta alcanzar el desembolso inicial, interpolando linealmente la fracción del último ejercicio.

Regla de decisión: La dirección fija de forma exógena un plazo de corte arbitrario (T^*). Se aceptan los proyectos cuyo plazo de recuperación sea inferior al corte ($PR \leq T^*$), jerarquizando en primer lugar los que devuelvan antes la liquidez.

3.2.2 Defectos estructurales del Payback

A pesar de su popularidad como indicador rápido de liquidez o riesgo político en entornos convulsos, la teoría financiera prohíbe utilizar el Payback como criterio principal de decisión debido a tres defectos insalvables:

1. **Ignora el valor temporal del dinero:** Suma algebraicamente euros de distintos años como si fueran idénticos. Un euro ingresado en el año 1 tiene el mismo peso que un euro ingresado en el año 4, ignorando el coste financiero del capital durante ese intervalo.
2. **Ignora por completo todos los flujos posteriores a la fecha de corte:** Consideremos dos proyectos excluyentes con desembolso inicial de 10.000 €:
 - *Proyecto A:* Genera 5.000 € en el año 1 y 5.000 € en el año 2, y cero en los años sucesivos. Su Payback es de 2 años.
 - *Proyecto B:* Genera 2.000 € en el año 1, 8.000 € en el año 2, y 100.000 € anuales durante los siguientes 15 años. Su Payback es de 2 años y un mes. Bajo un corte de 2 años, el Payback elegiría el Proyecto A y rechazaría el B, destruyendo una fuente inmensa de riqueza a largo plazo.
3. **Fijación arbitraria del umbral de corte:** No existe ningún fundamento económico que justifique por qué el plazo límite deba ser dos, tres o cuatro años. Depende exclusivamente del capricho o aversión al riesgo del directivo.

3.2.3 El Plazo de Recuperación Descontado

Para corregir el primer defecto del Payback simple se propuso el **Plazo de Recuperación Descontado**: los flujos de tesorería futuros se descuentan previamente al coste de oportunidad del capital k antes de proceder a su acumulación temporal:

$$\sum_{t=1}^{\text{PRD}} \frac{F_t}{(1+k)^t} = I_0$$

Aunque este método resuelve la omisión del valor del tiempo (garantizando que un proyecto aceptado tenga al menos $\text{VAN} \geq 0$), **sigue arrastrando el segundo defecto crucial**: ignora sistemáticamente cualquier flujo de tesorería que se materialice después de haber amortizado el desembolso inicial, sesgando las decisiones corporativas contra inversiones estratégicas de largo alcance.

3.3 La Tasa Interna de Rentabilidad (TIR)

La Tasa Interna de Rentabilidad (TIR) es el criterio alternativo más utilizado frente al VAN. Se define como aquella tasa de descuento intrínseca que iguala exactamente el Valor Actual Neto de un proyecto a cero.

3.3.1 Definición matemática

Matemáticamente, la TIR es la raíz de la ecuación polinómica de grado n :

$$\text{VAN}(\text{TIR}) = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1+\text{TIR})^t} = 0$$

Gráficamente, la TIR representa el punto de corte del perfil del VAN (la curva del VAN en función

de la tasa de descuento) con el eje de abscisas.

Regla de decisión convencional: - **Aceptar el proyecto si $TIR > k$:** El proyecto ofrece una rentabilidad interna superior al coste de oportunidad del capital exigido por el mercado. - **Rechazar el proyecto si $TIR < k$:** El proyecto no genera suficiente rentabilidad para compensar a los proveedores de fondos. - **Indiferente si $TIR = k$.**

En proyectos de inversión simples o convencionales (un único desembolso inicial negativo en $t = 0$ seguido de una serie continuada de flujos estrictamente positivos en $t \geq 1$) y evaluados de forma aislada e independiente, la regla de la TIR y la regla del VAN conducen exactamente a la misma conclusión de aceptación o rechazo.

3.4 Fallos Estructurales y Defectos de la TIR

Aunque la TIR goza de gran aceptación porque expresa el rendimiento en formato de porcentaje anual (facilitando la comunicación comercial), presenta graves anomalías matemáticas y económicas que pueden inducir a errores catastróficos si se utiliza como criterio jerarquizador (Brealey et al., 2023, cap. 5; Diapositivas UGR Tema 3).

3.4.1 Defecto 1: Inversión frente a Financiación (El signo de la pendiente del VAN)

Para que la regla convencional de la TIR funcione (“aceptar si $TIR > k$ ”), el VAN del proyecto debe ser una función monótona decreciente de la tasa de descuento (su pendiente debe ser negativa). Esto ocurre cuando el proyecto es una **inversión** (salida inicial de fondos seguida de entradas).

Sin embargo, si la estructura de flujos se invierte, el proyecto se transforma en una operación de **financiación** o endeudamiento: la empresa recibe liquidez en $t = 0$ y se compromete a realizar pagos en periodos futuros.

Consideremos el caso analizado en las diapositivas de la UGR (Tema 3, diapositivas 7 y 8):

Magnitud	Proyecto A (Financiación)	Proyecto B (Inversión)
Flujo inicial ($t = 0$)	+100 € (captación)	−100 € (desembolso)
Flujo año 1 ($t = 1$)	−150 € (devolución)	+150 € (cobro)
Coste de capital (k)	10 %	10 %
TIR	50 %	50 %
VAN al 10 %	−36,36 €	+36,36 €

Ambos proyectos arrojan exactamente una $TIR = 50\%$. Sin embargo: - En el Proyecto B (inversión), obtener un 50 % cuando el mercado ofrece un 10 % es excelente: aporta un valor neto de +36,36 €. - En el Proyecto A (financiación), la empresa está pidiendo prestados 100 € hoy a cambio de devolver 150 € dentro de un año, lo que supone endeudarse a un coste financiero del 50 % cuando el mercado crediticio ofrece préstamos al 10 %. Destruye un valor neto de −36,36 €.

En proyectos de financiación, la curva del VAN tiene pendiente positiva: **la regla de la TIR se invierte por completo** (habría que aceptar solo si $TIR < k$). La TIR es ciega a la naturaleza del proyecto y no distingue si se está invirtiendo o pidiendo prestado.

3.4.2 Defecto 2: Múltiples TIR o inexistencia de rentabilidad real (Regla de Descartes)

La ecuación que define la TIR es un polinomio de grado n en la variable $x = 1/(1 + \text{TIR})$. Según el teorema fundamental del álgebra y la **Regla de los signos de Descartes**, un polinomio puede tener tantas raíces reales positivas como cambios de signo experimente la corriente cronológica de flujos de tesorería.

En proyectos no convencionales (donde a flujos positivos les suceden flujos negativos, frecuentes en centrales nucleares con costes de desmantelamiento, explotaciones mineras con restauración medioambiental o proyectos con revisiones intermedias de maquinaria), existen múltiples cambios de signo.

Consideremos el ejemplo docente de la UGR (Tema 3, diapositiva 9): - $F_0 = -22 \text{ €}$ - $F_1 = +15 \text{ €}$ - $F_2 = +15 \text{ €}$ - $F_3 = +15 \text{ €}$ - $F_4 = +15 \text{ €}$ - $F_5 = -40 \text{ €}$

En este proyecto hay dos cambios de signo: del año 0 al 1 (de negativo a positivo) y del año 4 al 5 (de positivo a negativo). Al calcular el perfil del VAN frente a distintas tasas de descuento, la curva corta al eje de abscisas en dos puntos distintos: - Primera raíz: $\text{TIR}_1 \approx 7,5 \%$ - Segunda raíz: $\text{TIR}_2 \approx 28,3 \%$

El VAN es positivo únicamente para tasas de descuento comprendidas dentro del intervalo $[7,5\%, 28,3\%]$. ¿Cuál es la rentabilidad intrínseca del proyecto? Ninguna de las dos tasas responde a la pregunta. La regla de la TIR queda totalmente invalidada y carece de significado económico.

En situaciones extremas, la curva de VAN de un proyecto puede situarse permanentemente por encima o por debajo del eje sin llegar a cortarlo nunca: en ese escenario no existe ninguna TIR real, a pesar de que el proyecto tiene un VAN perfectamente definido a cualquier coste de capital.

3.4.3 Defecto 3: Proyectos mutuamente excluyentes y escala de la inversión

Dos proyectos son **mutuamente excluyentes** cuando la aceptación de uno impide físicamente o económicamente acometer el otro (por ejemplo, construir un almacén logístico o un edificio residencial sobre el mismo solar). En tales casos, no basta con saber si son rentables individualmente: es imprescindible **jerarquizarlos** correctamente para elegir el mejor.

La TIR es una medida de rentabilidad relativa o porcentual, completamente ciega al tamaño absoluto de la inversión.

Consideremos dos proyectos excluyentes con coste de capital $k = 10 \%$:

Proyecto	Desembolso (I_0)	Flujo en $t = 1$	TIR	VAN (al 10 %)
Proyecto A	-10 €	+25 €	150 %	+12,73 €
Proyecto B	-100,000 €	+140,000 €	40 %	+27,272,73 €

Si un directivo aplica la regla de la TIR, seleccionará el Proyecto A porque ofrece una espectacular rentabilidad del 150 % frente al 40 % del Proyecto B. Sin embargo, el Proyecto A solo genera 12,73 € de incremento patrimonial, mientras que el Proyecto B aporta más de 27.000 € de riqueza neta al accionariado.

El objetivo del director financiero es maximizar euros de valor absoluto, no porcentajes. El VAN jerarquiza con total precisión eligiendo el Proyecto B.

3.4.4 Defecto 4: Proyectos con distinta distribución temporal y la Tasa de Fisher

Incluso cuando dos proyectos mutuamente excluyentes exigen exactamente el mismo desembolso inicial, la TIR puede jerarquizar erróneamente si los flujos de tesorería se distribuyen con distinta cadencia temporal (uno genera flujos rápidos a corto plazo y el otro concentra sus retornos a largo plazo).

Consideremos el caso de la UGR (Tema 3, diapositiva 10): - **Proyecto A:** $I_0 = -350 \text{ €}$, $F_1 = 400 \text{ €}$, $F_2 = 0 \text{ €}$, $F_3 = 0 \text{ €}$. Su TIR es del 14,29 %. - **Proyecto B:** $I_0 = -350 \text{ €}$, $F_1 = 16 \text{ €}$, $F_2 = 16 \text{ €}$, $F_3 = 466 \text{ €}$. Su TIR es del 12,96 %.

Si el coste de oportunidad del capital es $k = 7\%$: - $\text{VAN}(A) = -350 + \frac{400}{1,07} = +23,83 \text{ €}$ - $\text{VAN}(B) = -350 + \frac{16}{1,07} + \frac{16}{(1,07)^2} + \frac{466}{(1,07)^3} = +59,32 \text{ €}$

Se produce una contradicción frontal: - La TIR afirma que el Proyecto A es superior ($\text{TIR}_A = 14,29\% > \text{TIR}_B = 12,96\%$). - El VAN demuestra que el Proyecto B aporta más del doble de riqueza ($\text{VAN}_B = 59,32 \text{ €} > \text{VAN}_A = 23,83 \text{ €}$).

La Tasa de Fisher y el Análisis Incremental

Las curvas de VAN de ambos proyectos se cortan en un punto singular denominado **Tasa de Fisher** o tasa de cruce intertemporal. En ese punto, el VAN de ambos proyectos es idéntico:

$$\text{VAN}_A(r^*) = \text{VAN}_B(r^*) \iff \text{VAN}_{B-A}(r^*) = 0$$

La Tasa de Fisher es la Tasa Interna de Rentabilidad del **proyecto incremental** ($B - A$).

Para salvar el criterio de la TIR y aplicarlo válidamente a proyectos mutuamente excluyentes, es preceptivo evaluar la inversión incremental: 1. Se calcula el flujo diferencial paso a paso: $(B - A)_t = F_{B,t} - F_{A,t}$. 2. Se halla la TIR incremental: TIR_Δ . 3. Regla de decisión incremental: - Si $\text{TIR}_\Delta > k$: Vale la pena asumir el esfuerzo adicional o la mayor duración de B . Se elige el Proyecto B. - Si $\text{TIR}_\Delta < k$: No compensa la inversión incremental. Se elige el Proyecto A.

Nótese que este procedimiento incremental no es más que una forma indirecta de comprobar si $\text{VAN}(B - A) > 0$. Para llegar a esa conclusión, resulta mucho más rápido y seguro calcular directamente el VAN de cada proyecto.

3.4.5 Defecto 5: El supuesto implícito de reinversión de los flujos intermedios

Una debilidad conceptual profunda de la TIR radica en su hipótesis matemática de reinversión: - La formulación polinómica de la TIR asume implícitamente que todos los flujos de tesorería generados en los periodos intermedios se reinvierten en otros proyectos hasta el final de la vida de la inversión **a la misma tasa de la propia TIR**. Si un proyecto tiene una TIR del 70 %, asume que la empresa puede reinvertir los cobros intermedios al 70 %, lo cual suele ser completamente irreal. - Por el contrario, el modelo del VAN asume que los flujos intermedios se reinvierten al **coste de oportunidad del capital** (k), que es precisamente la tasa que remunera el mercado financiero para ese nivel de riesgo. La hipótesis del VAN es metodológicamente coherente con el equilibrio del mercado de capitales.

3.5 El Índice de Rentabilidad y el Racionamiento de Capital

Hasta ahora se ha asumido que las empresas pueden financiar en el mercado de capitales todos aquellos proyectos que arrojen un VAN positivo. No obstante, en la gestión empresarial surgen situaciones de **racionamiento de capital**, donde la corporación se enfrenta a un límite presupuestario máximo (C) para acometer inversiones en un ejercicio determinado.

El racionamiento de capital se clasifica en dos modalidades: - **Racionamiento blando (*Soft rationing*)**: Límites presupuestarios impuestos internamente por la alta dirección a sus directores de departamento para controlar el ritmo de gasto o evitar crecimientos desordenados. - **Racionamiento duro (*Hard rationing*)**: Restricciones impuestas por el mercado exterior cuando la empresa no puede captar más capital debido a tensiones de solvencia, asimetrías de información o crisis de liquidez en el sistema financiero.

3.5.1 Formulación del Índice de Rentabilidad

Cuando el presupuesto es limitado, la empresa no debe elegir simplemente los proyectos con mayor VAN individual, sino aquellos que extraigan la mayor masa agregada de VAN por cada euro de presupuesto escaso consumido.

Para resolver este problema se recurre al **Índice de Rentabilidad (IR)**, también denominado ratio beneficio-coste:

$$IR = \frac{\text{Valor Actual de los flujos}}{\text{Desembolso inicial}} = \frac{VA}{I_0} = \frac{VAN + I_0}{I_0} = 1 + \frac{VAN}{I_0}$$

Regla de selección bajo racionamiento: 1. Se descartan todos los proyectos con $IR < 1$ (equivalente a $VAN < 0$). 2. Se ordenan los proyectos viables en orden decreciente de su Índice de Rentabilidad. 3. Se van aceptando proyectos por orden de prelación hasta agotar el presupuesto disponible.

3.5.2 Limitaciones del Índice de Rentabilidad: La indivisibilidad de proyectos

El Índice de Rentabilidad solo garantiza la optimización perfecta si los proyectos son **divisibles** (pueden aceptarse en fracciones del 50 % o 70 %). Si los proyectos son bultos discretos o indivisibles (como la construcción de una planta industrial o un centro de datos), ordenar por IR puede dejar recursos presupuestarios ociosos y conducir a combinaciones subóptimas.

En tales casos de indivisibilidad, la asignación óptima exige resolver un problema de programación lineal entera (problema de la mochila), comparando el VAN total de las combinaciones factibles que agotan el presupuesto para seleccionar aquella con mayor VAN conjunto.

3.6 Resumen Comparativo de Criterios de Selección

A modo de síntesis estructurada, la siguiente tabla reúne la evaluación técnica de los métodos analizados frente a los principios normativos de las finanzas corporativas:

Criterio	¿Valor tiempo?	¿Horizonte?	¿Aditivo?	¿Excluyente?	¿No convencional?	Veredicto
Valor Actual Neto (VAN)	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Criterio de referencia supremo.
Plazo de Recuperación (<i>Payback</i>)	No	No	No	No	No	Medida de liquidez, inútil para maximizar valor.
Payback Descontado	Sí	No	No	No	No	Corrige descuento pero ignora flujos finales.
Tasa Interna de Rentabilidad (TIR)	Sí	Sí	No	Solo incremental	No (múltiples raíces)	Indicador relativo; falla en jerarquización.
Índice de Rentabilidad (IR)	Sí	Sí	No	Requiere divisibilidad	Sí	Para racionamiento de proyectos divisibles.

Tema 4: Determinación de Flujos de Caja, Capital Circulante y Decisiones de Inversión

Este capítulo traslada los modelos teóricos de valoración al terreno de la presupuestación de capital en la empresa real. Se establecen los criterios analíticos para estimar con rigor los flujos de tesorería libres, la delimitación estricta entre magnitudes de caja y magnitudes contables de devengo, el tratamiento de los costes hundidos, de oportunidad y efectos colaterales, el impacto de las inversiones en capital circulante (Necesidades Operativas de Fondos o Fondo de Maniobra), el escudo fiscal de las amortizaciones, la liquidación del valor residual tras impuestos y la resolución de decisiones complejas entre proyectos con vidas útiles dispares mediante el Coste Anual Equivalente (CAE).

4.1 Criterios Generales para la Determinación de los Flujos de Caja

Para aplicar la regla del Valor Actual Neto a una decisión de inversión productiva, el primer desafío radica en pronosticar adecuadamente los flujos de tesorería que generará el proyecto. Cometer errores en esta fase invalida cualquier cálculo posterior de rentabilidad.

La doctrina financiera internacional (Brealey, Myers, Allen y Edmans, 2023, cap. 6; Berk y DeMarzo, 2020, cap. 8) y las directrices docentes del Departamento de Economía Financiera y Contabilidad de la UGR fijan cinco principios metodológicos de obligado cumplimiento:

4.1.1 1. Criterio de caja frente a criterio de devengo

La contabilidad financiera tradicional descansa en el **principio de devengo**: reconoce los ingresos cuando se perfecciona la venta y los gastos cuando se contrae la obligación de pago, con independencia de cuándo se produce el movimiento material de dinero en cuenta. Además, la contabilidad distribuye el desembolso de los activos fijos a lo largo de varios años mediante cuotas de amortización técnica.

Por el contrario, el Valor Actual Neto se fundamenta en el **flujo de tesorería real** (*Cash Flow*):

- Solo se computa el dinero efectivamente cobrado (entradas de caja) y efectivamente desembolsado (salidas de caja).
- Las cuotas de amortización contable no representan una salida física de dinero en el año en que se dotan (la salida material ocurrió íntegra en $t = 0$ al comprar la máquina). No obstante, la amortización afecta indirectamente a la tesorería al ser un gasto deducible que rebaja la cuota del Impuesto sobre Sociedades.

4.1.2 2. El principio de los flujos de caja incrementales

Al evaluar una propuesta inversora, la regla de oro consiste en computar únicamente los **flujos incrementales**: la diferencia directa entre los flujos globales de tesorería que tendrá la empresa si acomete el proyecto y los flujos que tendría si decide no acometerlo:

$$\text{Flujo Incremental}_t = \text{Flujo de la empresa con proyecto}_t - \text{Flujo de la empresa sin proyecto}_t$$

Para aislar con exactitud qué flujos pertenecen al proyecto y cuáles deben excluirse, se aplican cuatro reglas analíticas:

Regla a: Ignorar los costes hundidos (Sunk Costs)

Los costes hundidos son desembolsos ya realizados en el pasado o contractualmente comprometidos que no pueden recuperarse con independencia de cuál sea la decisión final sobre el proyecto (por ejemplo, los honorarios abonados a una consultora por un estudio de mercado previo, o los gastos de I+D incurridos durante el diseño preliminar de un prototipo).

Dado que estos importes no variarán tanto si el proyecto se aprueba como si se rechaza, no son incrementales. Pretender justificar la continuidad de una inversión deficiente para “no tirar a la basura el dinero ya gastado” constituye una falacia psicológica habitual que destruye valor corporativo.

Regla b: Incorporar todos los costes de oportunidad

Si la ejecución de un proyecto exige utilizar un activo que la empresa ya posee en su balance (por ejemplo, una nave industrial vacía, un solar rústico adquirido hace una década o maquinaria ociosa), dicho uso no es gratuito.

El proyecto debe cargar como salida de caja inicial el **coste de oportunidad** de ese recurso, fijado por la mejor alternativa económica a la que se renuncia: el precio neto por el que la nave podría venderse hoy en el mercado inmobiliario o la renta que generaría si se alquilara a un tercero.

Regla c: Ponderar los efectos colaterales e interacciones

Un nuevo proyecto no opera en un compartimento estanco. Puede alterar los flujos de otras divisiones preexistentes de la compañía: - **Erosión o canibalización de ventas**: Si una compañía automovilística lanza un modelo SUV compacto eléctrico, parte de sus compradores provendrán de su línea clásica de vehículos de gasolina. La pérdida de margen de las ventas canibalizadas debe imputarse como un coste incremental del nuevo lanzamiento. - **Sinergias y ventas cruzadas**: Si la venta de una consola de videojuegos impulsa las ventas futuras de suscripciones y títulos asociados, ese flujo complementario debe acreditarse a favor del proyecto inicial.

Regla d: Separación estricta entre decisiones de inversión y decisiones de financiación

Al estimar los flujos de tesorería operativos del proyecto **nunca deben restarse los gastos financieros (intereses bancarios o dividendos)**.

Esta exclusión responde a una exigencia de consistencia metodológica: el coste de la deuda y de los fondos propios se recoge de forma íntegra y exhaustiva en la tasa de descuento (k o WACC) con la que se actualizan los flujos. Si restáramos los intereses en los flujos y luego descontáramos al coste del capital, estaríamos duplicando la penalización por financiación.

4.1.3 3. Tratamiento coherente de la inflación

La inflación deteriora el poder adquisitivo de la moneda a lo largo del tiempo. Para no distorsionar el cálculo del VAN existen dos enfoques alternativos válidos: - **Enfoque nominal:** Proyectar flujos de caja en euros corrientes (ajustando precios de venta y costes operativos por sus tasas previstas de inflación) y descontarlos a una tasa de capital de mercado nominal (k_{nom}). - **Enfoque real:** Proyectar flujos de caja en euros constantes de poder adquisitivo de $t = 0$ y descontarlos a la tasa de interés real (k_{real}), obtenida mediante la relación de Fisher:

$$1 + k_{\text{nom}} = (1 + k_{\text{real}}) \times (1 + \pi) \implies k_{\text{real}} = \frac{1 + k_{\text{nom}}}{1 + \pi} - 1$$

El error metodológico fatal consiste en mezclar flujos reales con tasas nominales o viceversa.

4.2 Inversiones en Activo Fijo y Capital Circulante

El desembolso exigido por un proyecto no se limita a la factura de compra de la maquinaria. Abarca dos partidas de balance perfectamente diferenciadas:

4.2.1 Inversión inicial en inmovilizado (C_0^{di})

El coste de la inversión en activos fijos engloba: 1. Precio de factura del equipo o inmovilizado material e intangible. 2. Gastos de transporte, seguros, aranceles aduaneros, obras civiles de acondicionamiento, licencias técnicas e instalación necesarias para que el activo quede en condiciones operativas de funcionamiento. 3. Minoración fiscal por venta de activos antiguos sustituidos (si el proyecto consiste en una modernización): el precio de enajenación del equipo viejo minorado o incrementado por el impacto impositivo de la ganancia o pérdida patrimonial generada.

4.2.2 Inversión en Capital Circulante Operativo (Fondo de Maniobra o NOF)

Para fabricar y comercializar productos, la empresa necesita dotar una masa de recursos circulantes: debe mantener existencias mínimas de materias primas y productos terminados en almacén, y conceder crédito comercial a clientes (cuentas a cobrar). Parte de este desfase financiero se cubre espontáneamente con el crédito comercial aplazado por los proveedores (cuentas a pagar).

Definimos el **Fondo de Maniobra Operativo** o **Necesidades Operativas de Fondos (NOF)** en el periodo t como:

$$\text{FM}_t = \text{Existencias}_t + \text{Clientes}_t - \text{Proveedores}_t$$

La variable determinante para el flujo de tesorería no es el saldo acumulado de FM_t , sino su **variación interanual** (ΔFM_t):

$$\Delta \text{FM}_t = \text{FM}_t - \text{FM}_{t-1}$$

- Si la empresa crece y aumentan sus ventas, necesita almacenar más stock y financiar más crédito a clientes: $\Delta FM_t > 0$. Este incremento representa una **salida neta de tesorería** que drena la liquidez del proyecto.
- Si las ventas descienden o mejora la gestión de cobro, el circulante se libera: $\Delta FM_t < 0$, generando una entrada neta de caja.

Al vencimiento final del proyecto ($t = n$), la actividad cesa: se liquidan las existencias restantes en stock, se cobran todas las facturas pendientes de clientes y se saldan las deudas con proveedores. Por consiguiente, **la totalidad del capital circulante invertido a lo largo del proyecto se recupera íntegramente como una entrada de caja en el último periodo.**

4.3 Determinación del Flujo de Caja Derivado de las Operaciones

El flujo de caja de las operaciones (Q_i^{di}) recoge la tesorería generada por la actividad ordinaria del proyecto en cada ejercicio. Siguiendo la deducción formal de la cátedra de la UGR (Tema 4, diapositivas 23 a 28):

4.3.1 Deducción de la renta operativa antes de impuestos (Q_i^{ai})

Asumiendo inicialmente que ingresos y cobros coincidieran (venta y compra al contado):

$$Q_i^{\text{ai}} = Pv_i \cdot V_i - (mp_i + mo_i + gg_i)$$

Donde: - $Pv_i \cdot V_i$ son los ingresos íntegros por ventas (precio unitario por volumen de unidades vendidas). - mp_i es el gasto en consumo de materias primas. - mo_i es el coste de mano de obra directa de explotación. - gg_i representa el resto de gastos generales y operativos de fabricación y comercialización.

4.3.2 Incorporación del Impuesto sobre Sociedades y el Escudo Fiscal

La empresa tributa en el Impuesto sobre Sociedades a un tipo legal impositivo t_c sobre su base imponible. Para determinar la base imponible del ejercicio se deduce del resultado operativo la **Cuota de Amortización Fiscal del Inmovilizado (CAF_i)**:

$$\text{Base Imponible} = Q_i^{\text{ai}} - CAF_i$$

La cuota líquida a ingresar a la Hacienda Pública es:

$$\text{Impuesto sobre Sociedades} = (Q_i^{\text{ai}} - CAF_i) \times t_c$$

Restando la cuota tributaria del flujo de explotación antes de impuestos, obtenemos el **Flujo de Operaciones después de impuestos de renta ($Q_i^{\text{di}} \text{ renta}$)**:

$$Q_i^{\text{di}} \text{ renta} = Q_i^{\text{ai}} - (Q_i^{\text{ai}} - CAF_i) \times t_c = Q_i^{\text{ai}} \times (1 - t_c) + CAF_i \times t_c$$

Esta ecuación desglosa con exactitud matemática los dos componentes de la renta operativa: 1. $Q_i^{\text{ai}} \times (1 - t_c)$: El flujo de explotación neto de gravamen. 2. $CAF_i \times t_c$: El **escudo fiscal de las amortizaciones (Depreciation Tax Shield)**. Como la amortización reduce la base imponible sin exigir una salida física de caja, genera un ahorro fiscal neto directo igual al gasto contable multiplicado por el tipo impositivo.

4.3.3 Conversión de magnitudes de renta a magnitudes de tesorería

En la práctica empresarial, la renta no coincide con la tesorería debido al desfase de cobros y pagos: - Cobros de clientes: $\text{Cobros}_t = \text{Ventas}_t + \text{Clientes}_{t-1} - \text{Clientes}_t = \text{Ventas}_t - \Delta \text{Clientes}_t$. - Pagos a proveedores: $\text{Pagos}_t = \text{Costes}_t + \text{Existencias}_t - \text{Existencias}_{t-1} - (\text{Proveedores}_t - \text{Proveedores}_{t-1}) = \text{Costes}_t + \Delta \text{Existencias}_t - \Delta \text{Proveedores}_t$.

Agrupando algebraicamente ambas diferencias, la brecha entre el devengo contable y la caja efectiva queda exactamente corregida mediante la variación del fondo de maniobra:

$$\text{Flujo de Tesorería Operativo} = Q_i^{\text{di}} \text{ renta} - \Delta \text{FM}_i$$

Sustituyendo la expresión anterior, obtenemos la **fórmula maestra del Flujo de Caja Operativo después de impuestos**:

$$Q_i^{\text{di}} = Q_i^{\text{ai}} \times (1 - t_c) + CAF_i \times t_c - \Delta \text{FM}_i$$

4.4 Liquidación del Valor Residual tras Impuestos

Al término de la vida útil del proyecto ($t = n$), la empresa desmantela o liquida la inversión. El **Valor Residual después de impuestos (VR_n^{di})** comprende la liquidación del inmovilizado y la recuperación del circulante:

$$VR_n^{\text{di}} = VR_n^{\text{di}}(\text{AF}) + VR_n^{\text{di}}(\text{FM})$$

4.4.1 1. Valor residual de la venta del activo fijo (VR_n^{di} AF)

Cuando la empresa vende su maquinaria o instalaciones en el mercado secundario al precio de venta pactado (VR_n^{ai} AF), debe liquidar la plusvalía o minusvalía contable y fiscal generada frente a su **Valor Neto Contable (VNC_n)**:

$$VNC_n = \text{Coste de Adquisición} - \sum_{t=1}^n CAF_t$$

Se compara el precio de venta con el valor contable en libros: - Si el precio de realización supera el valor neto contable (VR_n^{ai} AF $>$ VNC_n), la empresa obtiene un **beneficio extraordinario o plusvalía fiscal**, que incrementa la base imponible y exige tributar una fracción t_c :

$$\text{Impuesto sobre plusvalía} = (VR_n^{\text{ai}}$$
 AF $- VNC_n) \times t_c$

- Si el precio de realización es inferior al valor neto contable (VR_n^{ai} AF $<$ VNC_n), la empresa sufre una **pérdida patrimonial o minusvalía contable**, lo que genera un crédito fiscal

(ahorro impositivo) al compensarse con otros beneficios de la compañía.

Por tanto, el flujo de tesorería neto generado por la venta del activo fijo responde a la expresión general:

$$VR_n^{\text{di}}(\text{AF}) = VR_n^{\text{ai}}(\text{AF}) - t_c \times (VR_n^{\text{ai}}(\text{AF}) - \text{VNC}_n)$$

4.4.2 2. Valor residual derivado de la recuperación del circulante (VR_n^{di} FM)

El fondo de maniobra operativo acumulado en el año n (FM_n) se desmoviliza al liquidar existencias y cobrar a clientes: - En condiciones estándar de solvencia, se recupera el 100 % de su valor contable: $VR_n^{\text{di}}(\text{FM}) = \text{FM}_n$. - Si parte de los créditos a clientes devienen morosos o las existencias obsoletas deben liquidarse a precio de saldo con pérdidas frente a balance, la minusvalía fiscal generará el correspondiente ajuste tributario deducible.

4.5 Proyectos con Vidas Útiles Diferentes: Coste Anual Equivalente (CAE)

Una de las decisiones más habituales y comprometidas en la gestión industrial consiste en elegir entre dos tecnologías o equipos mecánicos que prestan idéntico servicio pero poseen duraciones temporales y estructuras de costes dispares (por ejemplo, elegir entre un equipo barato que dura 3 años y un equipo tecnológicamente avanzado que dura 7 años).

4.5.1 El fallo del VAN directo

Si dos proyectos prestan el mismo servicio productivo y la empresa planea reemplazarlos de forma indefinida a su vencimiento, **comparar directamente el VAN de ambos equipos conduce a decisiones erróneas.**

El equipo que dura 7 años mostrará un valor actual de costes superior simplemente porque opera durante cuatro años más que el equipo de 3 años. No obstante, al término del tercer año del equipo corto, la empresa no se quedará sin máquina: adquirirá otro equipo idéntico, incurriendo en nuevos costes sucesivos.

4.5.2 Metodología del Coste Anual Equivalente (CAE)

Para resolver este desfase temporal y comparar equipos sobre bases homogéneas se utiliza el **Coste Anual Equivalente (CAE)** (Brealey et al., 2023, cap. 6; Diapositivas UGR Tema 4, diapositivas 41 a 51):

1. **Cálculo del Valor Actual de los Costes:** Se calcula el valor actual de todos los desembolsos de adquisición y de los costes operativos y de mantenimiento proyectados a lo largo de su vida útil n , descontados al coste de oportunidad del capital r :

$$\text{VA}(\text{Costes}) = I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{\text{Coste Operativo}_t}{(1+r)^t} - \frac{VR_n}{(1+r)^n}$$

2. **Deducción de la Anualidad Equivalente:** Se transforma ese valor actual total en una renta o cuota constante anual (C) pagadera durante los n años de vida útil del activo, utilizando el factor de anualidad $a_{\overline{n}|r}$:

$$VA(\text{Costes}) = CAE \times \left[\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \right] = CAE \times a_{\overline{n}|r}$$

Despejando el Coste Anual Equivalente:

$$CAE = \frac{VA(\text{Costes})}{a_{\overline{n}|r}} = \frac{VA(\text{Costes})}{\frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}}$$

Regla de decisión: La empresa debe elegir aquella máquina o tecnología que ofrezca el **menor Coste Anual Equivalente (CAE)**, ya que minimiza el coste medio anual por año de servicio prestado a perpetuidad.

4.5.3 Regla para el momento óptimo de reemplazo de un equipo en funcionamiento

El método del CAE resuelve con idéntica elegancia la decisión de cuándo debe sustituirse una máquina vieja que todavía funciona por un nuevo modelo más moderno: - La máquina antigua presenta costes crecientes de averías y mantenimiento año tras año, y su valor de reventa cae con el tiempo. - Se evalúa el **coste marginal de mantener la máquina vieja durante un año más** (costes operativos del próximo ejercicio más la pérdida de valor de mercado que sufrirá durante el año). - **Regla óptima de reemplazo:** Debe continuarse utilizando la máquina antigua mientras el coste marginal de mantenerla un año más sea estrictamente inferior al CAE del equipo nuevo. En el momento en que el coste anual de la máquina existente supere el CAE de la nueva, la empresa debe enajenar de inmediato el equipo viejo e instalar el nuevo.

Parte II

Práctica

Separación de Fisher y Decisiones de Inversión

Este bloque práctico reúne los problemas relativos a las decisiones de consumo e inversión intertemporal, la función asignativa de los mercados de capitales y la validez y límites del Teorema de Separación de Irving Fisher correspondientes a la relación oficial de la asignatura.

1.1 Ejercicio 1

1.1.1 Enunciado

Una empresa está invirtiendo actualmente en activos reales el importe necesario para maximizar su VAN. Una disminución de la tasa de interés:

- a) Provocaría un incremento de la inversión inicial necesaria para maximizar el VAN. Un inversor que prefiera consumo futuro a consumo actual vería empeorada su situación como consecuencia de la disminución de la tasa de interés.
- b) Provocaría un incremento de la inversión inicial necesaria para maximizar el VAN. Un inversor que prefiera consumo actual a consumo futuro vería empeorada su situación como consecuencia de la disminución de la tasa de interés.
- c) Provocaría un incremento de la inversión inicial necesaria para maximizar el VAN. Un inversor que prefiera consumo futuro a consumo actual vería mejorada su situación como consecuencia de la disminución de la tasa de interés.
- d) Provocaría una reducción de la inversión inicial necesaria para maximizar el VAN. Un inversor que prefiera consumo futuro a consumo actual vería mejorada su situación como consecuencia de la disminución de la tasa de interés.

1.1.2 Solución y Justificación Técnica

Respuesta correcta: a)

1. Fundamento teórico: El Teorema de Separación de Fisher

El modelo intertemporal de Irving Fisher (analizado en el capítulo 2 de Brealey, Myers, Allen y Edmans, 2023) parte de una dotación inicial de riqueza W_0 en el momento actual ($t = 0$). La empresa se enfrenta a una curva de oportunidades de inversión real que exhibe rendimientos marginales decrecientes: a medida que se acometen más proyectos, la rentabilidad del último euro invertido (la tasa interna de rendimiento marginal, TIR_{mg}) disminuye.

El mercado de capitales ofrece a la empresa y a los inversores la posibilidad de prestar o pedir

prestado a un tipo de interés libre de riesgo r . La línea de mercado de capitales (LMC) tiene como pendiente en valor absoluto:

$$|\text{Pendiente LMC}| = 1 + r$$

El objetivo que maximiza el valor actual neto (VAN) consiste en llevar la inversión real hasta el punto donde la curva de transformación técnica es tangente a la recta de mercado con mayor ordenada en el origen posible:

$$\text{TIR}_{\text{mg}} = r$$

A partir de ese punto óptimo de producción física, cada accionista utiliza el mercado financiero de forma individual para prestar o pedir prestado según sus preferencias temporales de consumo, alcanzando la curva de indiferencia más alta.

2. Efecto de una caída en la tasa de interés (r)

Si el tipo de interés pasa de r_1 a un valor menor r_2 ($r_2 < r_1$):

1. **Aumento de la inversión óptima:** La pendiente de la línea de mercado ($1 + r$) se reduce, volviendo la recta más plana. En la curva cóncava de oportunidades reales, la nueva tangencia con una pendiente menor exige situarse más a la izquierda en consumo presente, es decir, realizar un mayor volumen de inversión inicial en activos reales ($C'_0 > C_0$). Proyectos que antes se descartaban porque su rendimiento marginal no alcanzaba la tasa anterior pasan a tener VAN positivo.
2. **Impacto sobre los inversores según su perfil de consumo:**
 - **Inversor con preferencia por consumo futuro (prestamista):** Ahorra hoy para consumir en $t = 1$. Al bajar el tipo de interés, cada euro prestado genera menos intereses. La línea de mercado pivota hacia abajo en el cuadrante de ahorro, reduciendo su consumo futuro alcanzable. Su bienestar empeora.
 - **Inversor con preferencia por consumo actual (prestatario):** Se endeuda hoy contra sus ingresos futuros para adelantar consumo. Al abaratarse el crédito, el coste de aplazar la devolución se reduce. Su bienestar mejora.

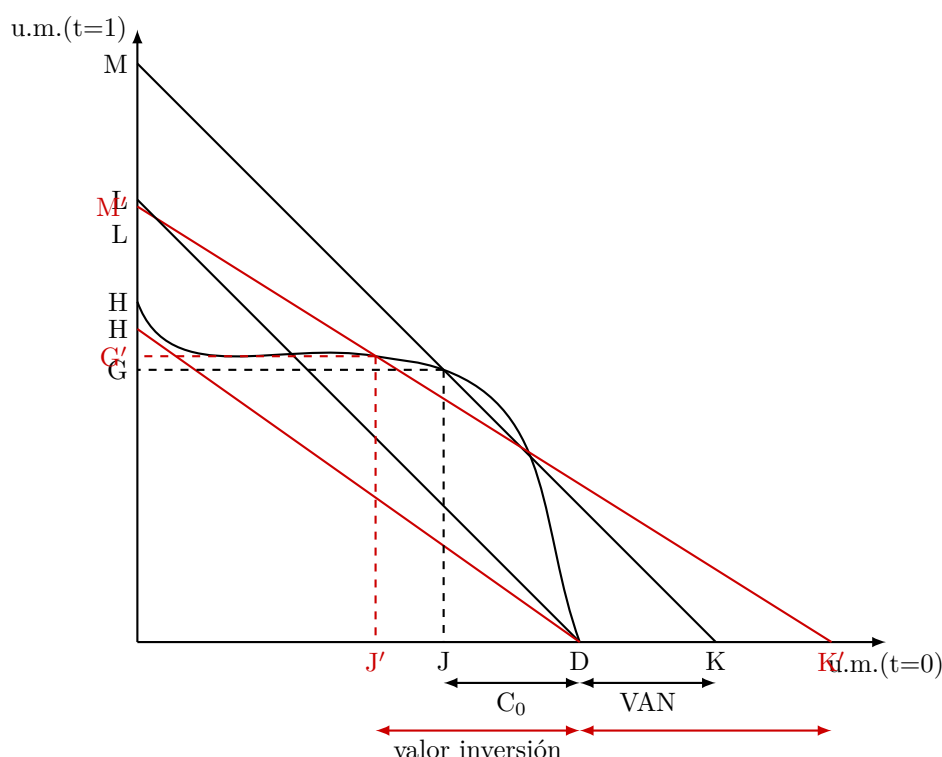


Figura 1.1: *Efecto de la reducción del tipo de interés sobre el volumen de inversión óptima y el bienestar de prestamistas y prestatarios.*

Por tanto, la opción a) recoge con exactitud ambos efectos.

1.2 Ejercicio 2

1.2.1 Enunciado

Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

- Si el tipo de interés del endeudamiento es mayor que el tipo de interés del préstamo, la inversión inicial en activos reales que maximizaría el VAN sería la misma tanto desde el punto de vista de un accionista que quisiera ser prestamista como desde el punto de vista de un accionista que quisiera ser prestatario.
- Si el tipo de interés del endeudamiento es mayor que el tipo de interés del préstamo, un accionista que quisiera ser prestamista y otro que quisiera ser prestatario no estarían de acuerdo en cuanto al importe de la inversión inicial en activos reales necesaria para maximizar el VAN.
- Si el tipo de interés del endeudamiento es mayor que el tipo de interés del préstamo, la línea del tipo de interés para quien presta será más inclinada que para quien se endeuda.
- Las respuestas a) y c) son correctas.

1.2.2 Solución y Justificación Técnica

Respuesta correcta: b)

1. Ruptura de la unanimidad en mercados con fricciones

El Teorema de Separación de Fisher garantiza la unanimidad entre accionistas únicamente bajo la hipótesis de mercados de capitales perfectos, donde cualquier agente puede prestar y endeudarse a una tasa idéntica r .

En la práctica, las entidades financieras aplican un diferencial (spread): el tipo de interés exigido por endeudarse (r_d) es estrictamente superior al tipo retribuido por prestar (r_p), de modo que $r_d > r_p$.

Bajo esta condición:

- Para quien presta, el coste de oportunidad del dinero es r_p . Su línea de mercado tiene pendiente en valor absoluto $1 + r_p$.
- Para quien pide prestado, el coste financiero del dinero es r_d . Su línea de mercado tiene pendiente en valor absoluto $1 + r_d$.

Como $1 + r_d > 1 + r_p$, la línea de quien se endeuda es más inclinada que la de quien presta (lo que invalida la opción c).

2. Discrepancia en la decisión de inversión de la empresa

Al maximizar el valor de la empresa:

- El accionista prestamista desea que la empresa siga invirtiendo en activos reales mientras estos ofrezcan una rentabilidad superior a la que él puede conseguir por su cuenta prestando dinero en el mercado ($TIR_{mg} \geq r_p$).
- El accionista prestatario, en cambio, prefiere que la empresa detenga la inversión antes, en el punto donde la rentabilidad real baje de su coste de endeudamiento ($TIR_{mg} = r_d$). Invertir más allá le obligaría a financiar el recorte de dividendos endeudándose al caro tipo r_d .

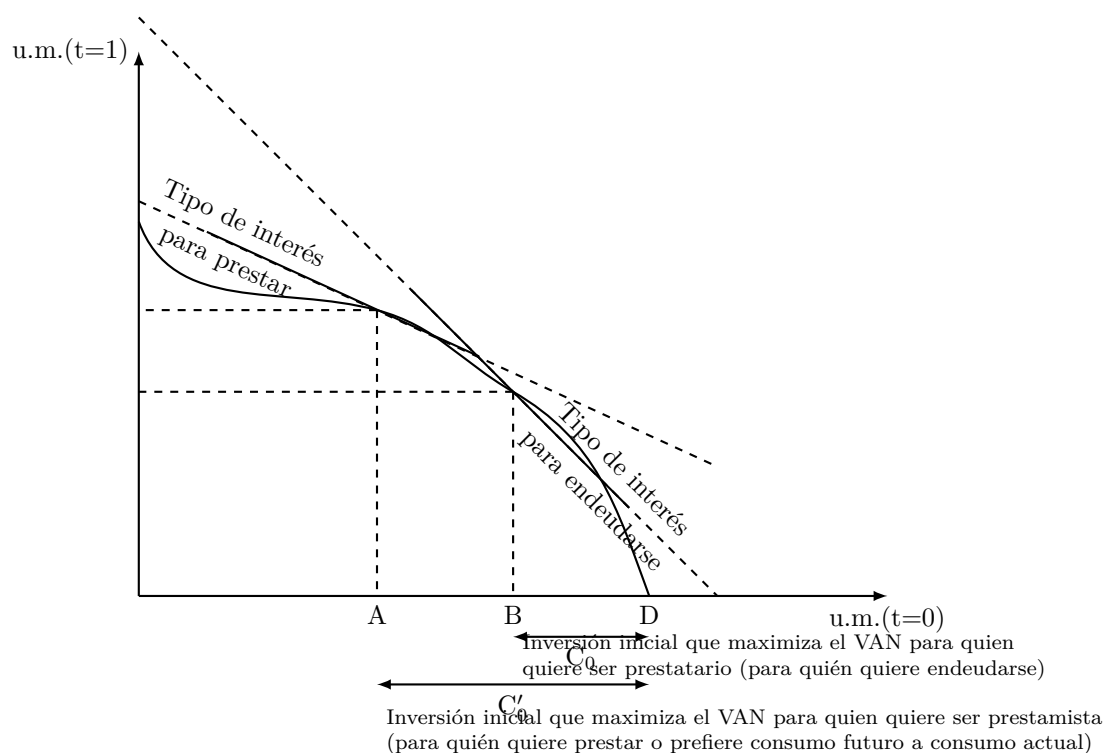


Figura 1.2: Quiebre de la línea de mercado cuando $r_d > r_p$ y divergencia en el volumen de inversión óptimo ($C'_0 \neq C_0$).

Al no coincidir la tasa de descuento relevante para unos y otros ($r_p \neq r_d$), los accionistas discrepan en el presupuesto de inversión óptimo. El criterio de maximización del VAN deja de ser unívoco y se quiebra la separación entre propiedad y dirección.

1.3 Ejercicio 3

1.3.1 Enunciado

Un inversor dispone hoy de un presupuesto de 12.000 €. El tipo de interés del mercado de capitales a un año es del 4%. Invierte hoy en activos reales 4.000 €, lo que le permite obtener un VAN de 2.000 €, cifra que constituye el máximo VAN posible. Con esta información, y con un horizonte temporal de un año, se pide:

- Representación gráfica de la situación descrita.
- Cuantía del flujo de caja que el inversor recibiría al cabo de un año, derivado de su inversión en activos reales.
- Cuantía en la que se incrementaría la riqueza del inversor a consecuencia de la inversión en activos reales, si tuviera total preferencia por el consumo futuro frente al consumo actual.
- Cuantía en la que se incrementaría la riqueza del inversor a consecuencia de la inversión en activos reales, si tuviera total preferencia por el consumo actual frente al consumo futuro.

1.3.2 Solución y Justificación Técnica

Datos iniciales del problema:

- Dotación inicial en $t = 0$: $W_0 = 12,000$ €

- Tipo de interés de mercado a un año: $r = 4\% = 0,04$
- Inversión en activos reales en $t = 0$: $I_0 = 4,000 \text{ €}$
- Valor Actual Neto máximo: $\text{VAN} = 2,000 \text{ €}$

Apartado a) Representación gráfica

El inversor parte del punto de dotación en el eje de abscisas $(W_0, 0) = (12,000, 0)$.

Al realizar la inversión real óptima de $I_0 = 4,000 \text{ €}$, le quedan disponibles en $t = 0$ para consumo propio:

$$C_0(\text{producción}) = W_0 - I_0 = 12,000 - 4,000 = 8,000 \text{ €}$$

Este desembolso traslada al inversor a la frontera de producción en el punto óptimo $P^* = (8,000, 6,240)$, donde la tangencia con la línea de mercado de capitales define la máxima riqueza intertemporal.

La ecuación de la línea de mercado de capitales que pasa por P^* es:

$$C_1 = 6,240 + (8,000 - C_0)(1 + 0,04) = 14,560 - 1,04 C_0$$

Los cortes con los ejes determinan las posibilidades extremas de consumo:

- **Consumo actual máximo** ($C_1 = 0$):

$$C_0^{\text{máx}} = 8,000 + \frac{6,240}{1,04} = 14,000 \text{ €}$$

Nótese que $C_0^{\text{máx}} = W_0 + \text{VAN} = 12,000 + 2,000 = 14,000 \text{ €}$.

- **Consumo futuro máximo** ($C_0 = 0$):

$$C_1^{\text{máx}} = 14,560 \text{ €}$$

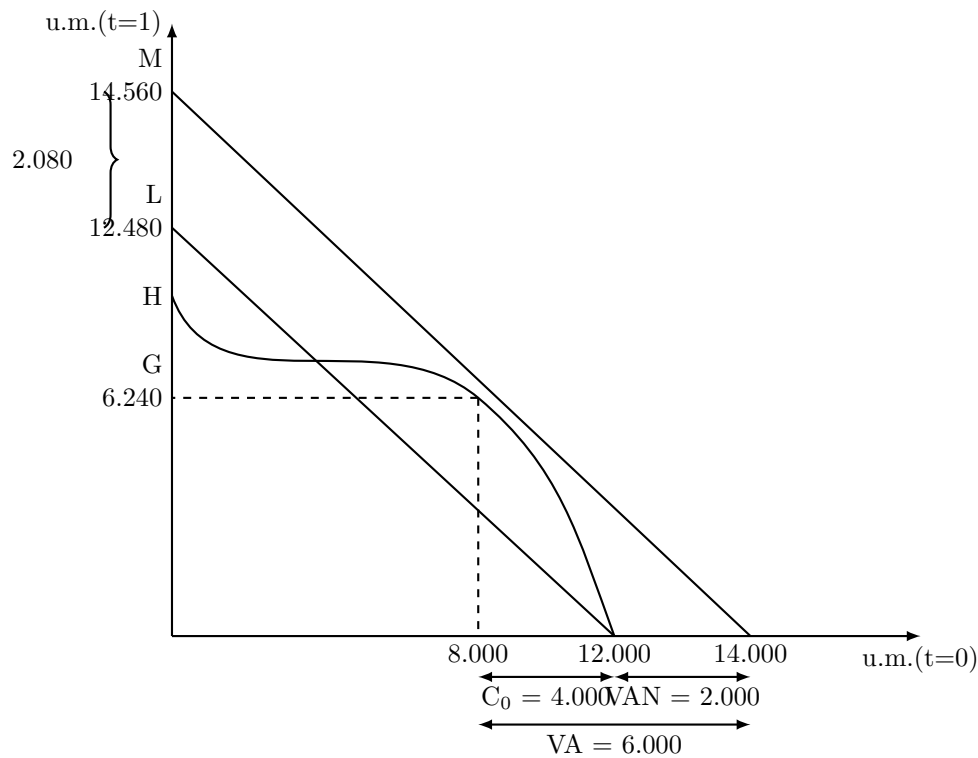


Figura 1.3: Representación gráfica del equilibrio de Fisher para el inversor con dotación de 12.000 € e inversión de 4.000 €.

Apartado b) Flujo de caja en $t = 1$ derivado de la inversión real

Por definición de Valor Actual Neto en un horizonte de un año:

$$VAN = -I_0 + \frac{F_1}{1+r}$$

Sustituyendo los datos conocidos:

$$2,000 = -4,000 + \frac{F_1}{1,04}$$

Despejamos el valor actualizado del flujo:

$$\frac{F_1}{1,04} = 6,000 \implies F_1 = 6,000 \times 1,04 = 6,240 \text{ €}$$

El proyecto en activos reales devuelve **6.240 €** al cabo de un año.

Apartado c) Incremento de riqueza con total preferencia por el consumo futuro

Si el inversor traslada toda su riqueza a $t = 1$, comparamos las dos alternativas posibles:

1. **Sin acometer la inversión en activos reales:** Colocaría sus 12.000 € íntegros en el

mercado financiero al 4%:

$$C_1(\text{sin proyecto}) = 12,000 \times 1,04 = 12,480 \text{ €}$$

2. **Acometiendo la inversión en activos reales:** Invierte 4.000 € en el proyecto real (que le reportará 6.240 € en $t = 1$) y presta los 8.000 € sobrantes en el mercado de capitales al 4%:

$$C_1(\text{con proyecto}) = 6,240 + 8,000 \times 1,04 = 6,240 + 8,320 = 14,560 \text{ €}$$

El incremento neto en el consumo futuro es la diferencia directa:

$$\Delta W_1 = C_1(\text{con proyecto}) - C_1(\text{sin proyecto}) = 14,560 - 12,480 = 2,080 \text{ €}$$

Este incremento coincide exactamente con el valor capitalizado del VAN a la tasa de mercado:

$$\Delta W_1 = \text{VAN} \times (1 + r) = 2,000 \times 1,04 = 2,080 \text{ €}$$

Apartado d) Incremento de riqueza con total preferencia por el consumo actual

Si el inversor desea consumir todo lo posible hoy ($t = 0$):

1. **Sin acometer la inversión en activos reales:** Dispone únicamente de su dotación líquida:

$$C_0(\text{sin proyecto}) = W_0 = 12,000 \text{ €}$$

2. **Acometiendo la inversión en activos reales:** Mantiene los 8.000 € no invertidos y pide prestado en el mercado financiero aportando como garantía el flujo futuro de 6.240 € que cobrará en $t = 1$. El importe máximo que puede obtener prestado hoy es su valor actual:

$$\text{Préstamo obtenido} = \frac{6,240}{1,04} = 6,000 \text{ €}$$

El consumo actual total alcanzable es:

$$C_0(\text{con proyecto}) = 8,000 + 6,000 = 14,000 \text{ €}$$

El incremento de riqueza en el momento presente equivale al Valor Actual Neto generado:

$$\Delta W_0 = 14,000 - 12,000 = 2,000 \text{ €} = \text{VAN}$$

Valoración de Renta Variable, Crecimiento y VAOC

Este bloque práctico reúne los ejercicios 4 a 11 de la relación oficial de la asignatura, centrados en la valoración de acciones ordinarias, modelos de descuento de dividendos de Gordon y Shapiro, estimación de la tasa de crecimiento sostenible ($= b \cdot \text{ROE}$) y la descomposición analítica del precio mediante el Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento (VAOC).

2.1 Ejercicio 4 Enunciado

Una empresa que el próximo año espera obtener un BPA de 20 euros/acción prevé que sus dividendos pueden crecer indefinidamente al 4 % anual. Si el dividendo del próximo año es de 10 euros/acción y la tasa de capitalización del mercado es del 8 %, podemos afirmar que:

- a) Esta empresa tiene oportunidades de crecimiento que el mercado valora en 250 euros/acción, debido a que reinvierte parte de sus beneficios y obtiene de esas reinversiones una tasa de rentabilidad conveniente.
- b) Todo lo que el mercado valora en esta empresa son sus oportunidades de crecimiento (250 euros/acción).
- c) La empresa tiene oportunidades de crecimiento, ya que reinvierte parte de sus beneficios, pero no es posible cuantificarlas, al no conocerse la rentabilidad que está obteniendo en sus reinversiones.
- d) El VAOC de esta empresa es nulo pues, pese a reinvertir parte de sus beneficios, la rentabilidad que obtiene en sus reinversiones es exactamente igual a la tasa de capitalización del mercado.

2.1.1 Solución y Justificación Técnica

Respuesta correcta: d)

1. Datos iniciales

- Beneficio por acción esperado en $t = 1$: $\text{BPA}_1 = 20 \text{ €/acción}$
- Dividendo por acción esperado en $t = 1$: $\text{Div}_1 = 10 \text{ €/acción}$
- Tasa esperada de crecimiento constante: $g = 4 \% = 0,04$
- Tasa de capitalización del mercado: $r = 8 \% = 0,08$

2. Deducción de la tasa de rentabilidad de las reinversiones (ROE)

La tasa de reparto de dividendos (pay-out) de la sociedad es:

$$p = \frac{\text{Div}_1}{\text{BPA}_1} = \frac{10}{20} = 0,50 \quad (50\%)$$

Por complementariedad, la tasa de retención de beneficios (arado o plowback ratio) resulta:

$$b = 1 - p = 1 - 0,50 = 0,50 \quad (50\%)$$

La tasa de crecimiento sostenible de beneficios y dividendos responde a la identidad clásica (Brealey, Myers y Allen, 2023, cap. 4):

$$g = b \times \text{ROE}$$

Despejando la rentabilidad sobre los fondos propios reinvertidos:

$$\text{ROE} = \frac{g}{b} = \frac{0,04}{0,50} = 0,08 = 8\%$$

3. Valoración de la acción y descomposición del precio

Calculamos el precio teórico de la acción aplicando el modelo de descuento de dividendos con crecimiento constante de Gordon y Shapiro:

$$P_0 = \frac{\text{Div}_1}{r - g} = \frac{10}{0,08 - 0,04} = \frac{10}{0,04} = 250 \text{ €/acción}$$

Por otro lado, Stewart C. Myers demostró que el precio de una acción se descompone en dos magnitudes aditivas:

$$P_0 = \frac{\text{BPA}_1}{r} + \text{VAOC}$$

Donde el primer término representa el valor de la empresa si repartiera el 100 % de sus beneficios en forma de dividendos (política de vaca lechera o crecimiento nulo):

$$\text{Valor sin crecimiento} = \frac{\text{BPA}_1}{r} = \frac{20}{0,08} = 250 \text{ €/acción}$$

Despejando el Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento:

$$\text{VAOC} = P_0 - \frac{\text{BPA}_1}{r} = 250 - 250 = 0 \text{ €/acción}$$

4. Interpretación económica

El VAOC es cero porque la rentabilidad que la empresa obtiene de sus reinversiones coincide exactamente con la rentabilidad exigida por los inversores en el mercado ($\text{ROE} = r = 8\%$).

Retener el 50 % de los beneficios para reinvertirlos a una tasa idéntica al coste de capital genera proyectos con Valor Actual Neto nulo ($\text{VAN} = 0$). Ni crea ni destruye riqueza para los accionistas: el crecimiento nominal de los dividendos al 4 % queda perfectamente neutralizado por el menor dividendo repartido hoy. Por ello, la afirmación d) es la única correcta.

2.2 Ejercicio 5

2.2.1 Enunciado

Una empresa que el año próximo prevé obtener un BPA de 25 euros/acción tiene una tasa de reparto de dividendos prevista del 40 %. La empresa estima que sus dividendos podrán crecer hasta el año 6 a razón de un 6 % anual. Del año 6 en adelante, se prevé que sus oportunidades de crecer se habrán agotado, por lo que se repartirán indefinidamente todos sus beneficios como dividendos. Si la tasa de capitalización del mercado es del 9 %, el precio de una acción de esta empresa (utilizando 2 decimales para los cálculos) es de:

- a) 265,09 euros/acción.
- b) 285,04 euros/acción.
- c) 415,19 euros/acción.
- d) 333,33 euros/acción.

2.2.2 Solución y Justificación Técnica

Respuesta correcta: b)

1. Datos iniciales

- $BPA_1 = 25 \text{ €/acción}$
- Tasa de reparto en fase de expansión ($t = 1$ a $t = 5$): $p = 40 \% = 0,40$
- Tasa de crecimiento de dividendos: $g = 6 \% = 0,06$
- Tasa de capitalización: $r = 9 \% = 0,09$
- Cambio de política en $t = 6$: se agotan las oportunidades de crecimiento, por lo que la tasa de reparto pasa al 100 % ($p_6 = 1$).

2. Línea temporal y dividendos de la fase de crecimiento ($t = 1$ a $t = 5$)

El primer dividendo pagado en $t = 1$ es:

$$\text{Div}_1 = BPA_1 \times p = 25 \times 0,40 = 10,00 \text{ €}$$

Los dividendos crecen al 6 % anual hasta el año 5 inclusive:

- $\text{Div}_1 = 10,00 \text{ €}$
- $\text{Div}_2 = 10,00 \times 1,06 = 10,60 \text{ €}$
- $\text{Div}_3 = 10,60 \times 1,06 = 11,24 \text{ €}$
- $\text{Div}_4 = 11,24 \times 1,06 = 11,91 \text{ €}$
- $\text{Div}_5 = 11,91 \times 1,06 = 12,62 \text{ €}$

3. Beneficio y dividendo terminal a partir de $t = 6$

Durante los primeros 5 años los beneficios crecen al 6 % anual gracias a las reinversiones. En el año 6, el beneficio por acción alcanza:

$$BPA_6 = BPA_1 \times (1 + g)^5 = 25 \times (1,06)^5 = 25 \times 1,338226 = 33,46 \text{ €}$$

Dado que a partir del año 6 la empresa reparte el 100 % de los beneficios generados y no retiene nada para nuevas reinversiones, el crecimiento futuro se detiene por completo ($g = 0$). Todos los dividendos futuros a partir de $t = 6$ se mantienen constantes e iguales al beneficio:

$$\text{Div}_t = \text{BPA}_6 = 33,46 \text{ €}, \quad \forall t \geq 6$$

El valor en $t = 5$ de esta renta perpetua constante es:

$$P_5 = \frac{\text{Div}_6}{r} = \frac{33,46}{0,09} = 371,78 \text{ €}$$

Fase de reinversión ($g = 6\%$, pay-out 40%): $\text{Div}_t = 25 \times 0,40 \times (1,06)^{t-1}$

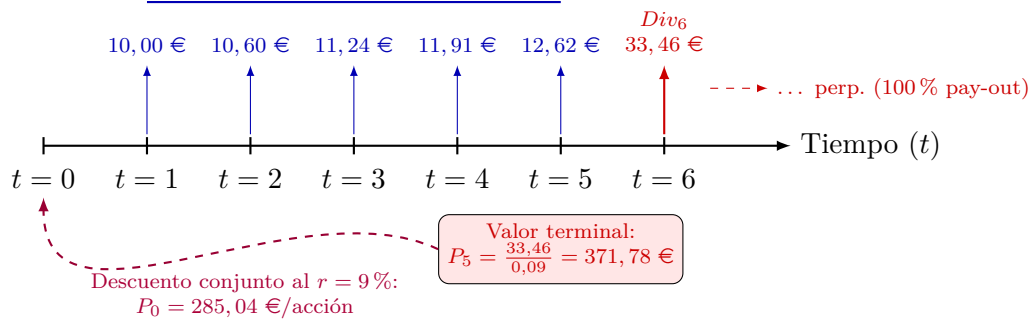


Figura 2.1: Cronología de flujos de caja y descuento temporal del Ejercicio 5.

4. Cálculo del precio actual (P_0)

Actualizamos cada dividendo de la primera fase junto con el valor terminal P_5 a la tasa de descuento $r = 9\%$:

$$P_0 = \sum_{t=1}^5 \frac{\text{Div}_t}{(1+r)^t} + \frac{P_5}{(1+r)^5}$$

Desglosando término a término con redondeo a dos decimales:

$$\begin{aligned} - \text{VA}(\text{Div}_1) &= \frac{10,00}{1,09} = 9,17 \text{ €} \\ - \text{VA}(\text{Div}_2) &= \frac{10,60}{(1,09)^2} = \frac{10,60}{1,1881} = 8,92 \text{ €} \\ - \text{VA}(\text{Div}_3) &= \frac{11,24}{(1,09)^3} = \frac{11,24}{1,2950} = 8,68 \text{ €} \\ - \text{VA}(\text{Div}_4) &= \frac{11,91}{(1,09)^4} = \frac{11,91}{1,4116} = 8,44 \text{ €} \\ - \text{VA}(\text{Div}_5) &= \frac{12,62}{(1,09)^5} = \frac{12,62}{1,5386} = 8,20 \text{ €} \\ - \text{VA}(P_5) &= \frac{371,78}{(1,09)^5} = \frac{371,78}{1,53862} = 241,63 \text{ €} \end{aligned}$$

Sumando las aportaciones actualizadas:

$$P_0 = 9,17 + 8,92 + 8,68 + 8,44 + 8,20 + 241,63 = 285,04 \text{ €/acción}$$

Coincide con la alternativa b).

2.3 Ejercicio 6

2.3.1 Enunciado

Las acciones de la sociedad X cotizan actualmente a 73 euros/acción. El BPA esperado para el próximo año es de 2,80 euros/acción, del que se espera repartir un dividendo de 1,68 euros/acción. Si la rentabilidad que esta empresa puede esperar obtener en sus reinversiones es del 20 %, es posible afirmar que:

- a) La tasa esperada de crecimiento del dividendo será del 12 %, y la tasa de capitalización del mercado ascenderá aproximadamente al 14,3 %.
- b) La tasa esperada de crecimiento del dividendo será del 8 %, y la tasa de capitalización del mercado ascenderá aproximadamente al 10,3 %.
- c) La tasa esperada de crecimiento del dividendo será del 10,3 %, y la tasa de capitalización del mercado ascenderá aproximadamente al 8 %.
- d) Las respuestas a), b) y c) son falsas.

2.3.2 Solución y Justificación Técnica

Respuesta correcta: b)

1. Datos iniciales

- Cotización actual de la acción: $P_0 = 73 \text{ €/acción}$
- Beneficio por acción esperado en $t = 1$: $\text{BPA}_1 = 2,80 \text{ €}$
- Dividendo por acción esperado en $t = 1$: $\text{Div}_1 = 1,68 \text{ €}$
- Rentabilidad sobre reinversiones: $\text{ROE} = 20 \% = 0,20$

2. Tasa de retención y tasa de crecimiento esperada

Calculamos la tasa de reparto de dividendos:

$$p = \frac{\text{Div}_1}{\text{BPA}_1} = \frac{1,68}{2,80} = 0,60 \quad (60 \%)$$

La tasa de retención de beneficios resulta:

$$b = 1 - p = 1 - 0,60 = 0,40 \quad (40 \%)$$

Con ello, la tasa esperada de crecimiento de los dividendos es:

$$g = b \times \text{ROE} = 0,40 \times 0,20 = 0,08 = 8 \%$$

3. Estimación de la tasa de capitalización del mercado (r)

Bajo la hipótesis de crecimiento constante, el precio de cotización responde a la fórmula de Gordon y Shapiro:

$$P_0 = \frac{\text{Div}_1}{r - g}$$

Despejamos la tasa de capitalización r :

$$r = \frac{\text{Div}_1}{P_0} + g$$

Sustituyendo los valores del problema:

$$r = \frac{1,68}{73} + 0,08 \approx 0,02301 + 0,08 = 0,10301 = 10,30\%$$

La rentabilidad esperada por el mercado se compone de un rendimiento por dividendo (dividend yield) del 2,30% y una ganancia de capital esperada del 8%, sumando un **10,3%**. La opción b) es la respuesta correcta.

2.4 Ejercicio 7

2.4.1 Enunciado

Indique cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

- a) La fórmula del flujo de tesorería descontado con crecimiento constante es apropiada para calcular el precio de las acciones de una empresa que viene experimentando en los últimos años una tasa muy elevada de crecimiento de los dividendos.
- b) El crecimiento que una empresa pueda experimentar en el futuro depende exclusivamente de la proporción de sus beneficios anuales que la misma destine a reinversión.
- c) El crecimiento que una empresa pueda experimentar en el futuro depende exclusivamente de la rentabilidad que pueda obtener de las oportunidades de inversión futuras que la misma encuentre.
- d) Las respuestas a), b) y c) son falsas.

2.4.2 Solución y Justificación Técnica

Respuesta correcta: d)

Examinamos de manera crítica cada una de las tres primeras proposiciones:

1. **Análisis de la opción a):** La fórmula de Gordon y Shapiro ($P_0 = \frac{\text{Div}_1}{r-g}$) descansa en la hipótesis matemática de que la tasa de crecimiento g se mantendrá constante a perpetuidad y será estrictamente menor que la tasa de descuento del mercado ($g < r$). Si una empresa atravesara una etapa de crecimiento extraordinario (donde a menudo $g > r$), aplicar directamente este modelo arrojaría un denominador negativo o un precio absurdo. En tales circunstancias, es indispensable utilizar modelos de descuento en dos o tres fases (Brealey, Myers y Allen, 2023, cap. 4). Por tanto, la afirmación a) es falsa.
2. **Análisis de la opción b):** La tasa de crecimiento de los beneficios depende de dos factores simultáneos: el porcentaje de beneficios retenidos (b) y la rentabilidad obtenida sobre esa retención (ROE), según la relación $g = b \times \text{ROE}$. Retener una gran parte del beneficio no genera crecimiento alguno si el capital se acumula ocioso o se invierte en proyectos sin rentabilidad ($\text{ROE} = 0$). No depende exclusivamente de la retención. Por tanto, la afirmación b) es falsa.
3. **Análisis de la opción c):** De forma análoga, disponer de proyectos sumamente rentables en el mercado ($\text{ROE} > 0$) no genera crecimiento interno si la empresa decide repartir la totalidad de sus beneficios como dividendos ($p = 100\% \implies b = 0$). Sin capital retenido para financiar esas oportunidades, el beneficio por acción permanecerá estancado. No depende

exclusivamente de la rentabilidad potencial. Por tanto, la afirmación c) es falsa.

Al ser falsas las opciones a), b) y c), la respuesta correcta es la **d)**.

2.5 Ejercicio 8

2.5.1 Enunciado

La empresa MILLION, S.A. espera obtener el próximo año un BPA de 20 €/acción. Su director financiero estima que dentro de dos años ($t = 2$) surgirá una oportunidad de inversión interesante que piensa que podría reportar una rentabilidad anual a perpetuidad sobre el capital invertido del 15 %. La tasa de capitalización del mercado es del 12 %.

Con esta información, indique:

- Si se decidiera reinvertir el 80 % de los beneficios esperados por la empresa en el año 2, ¿cuál sería el valor actual de las oportunidades de crecimiento en cada acción de la empresa?
- ¿Cuál sería el precio actual de la acción?
- ¿Cuál es la rentabilidad anual mínima que usted consideraría aceptable para la reinversión que la empresa se plantea realizar en $t = 2$? Justifique su respuesta.

2.5.2 Solución y Justificación Técnica

Datos iniciales del problema:

- Beneficio esperado en el año 1: $BPA_1 = 20$ €/acción
- Política en el año 1: no se retienen beneficios para inversión, por lo que el beneficio en $t = 2$ se mantiene en $BPA_2 = 20$ €/acción y $Div_1 = 20$ €
- Oportunidad de inversión en $t = 2$: reinversión del 80 % de BPA_2 ($b_2 = 0,80$)
- Rentabilidad anual a perpetuidad sobre el capital invertido: $ROE = 15\% = 0,15$
- Tasa de capitalización del mercado: $r = 12\% = 0,12$

Apartado a) Cálculo del VAOC por acción

En $t = 2$, el capital retenido y destinado a la nueva inversión es:

$$I_2 = b_2 \times BPA_2 = 0,80 \times 20 = 16 \text{ €/acción}$$

El 20 % restante se distribuye como dividendo corriente en ese año:

$$Div_2 = (1 - b_2) \times BPA_2 = 0,20 \times 20 = 4 \text{ €/acción}$$

A partir de $t = 3$, la inversión física rinde una tasa del 15 % a perpetuidad, generando un incremento anual permanente de beneficio y tesorería de:

$$C = I_2 \times ROE = 16 \times 0,15 = 2,40 \text{ €/acción anual}$$

El Valor Actual Neto de este proyecto evaluado en el momento en que se ejecuta ($t = 2$) es:

$$VAN_2 = -I_2 + \frac{C}{r} = -16 + \frac{2,40}{0,12} = -16 + 20 = +4 \text{ €/acción}$$

Dado que esta oportunidad de crecimiento no se ejecuta hoy sino dentro de dos años, su valor actual en el momento presente ($t = 0$) exige descontar VAN_2 a la tasa de mercado durante dos periodos (diapositiva 64, Tema 2):

$$VAOC = \frac{VAN_2}{(1+r)^2} = \frac{4}{(1+0,12)^2} = \frac{4}{1,2544} \approx 3,1888 \text{ €} \Rightarrow \mathbf{3,19 \text{ €/acción}}$$

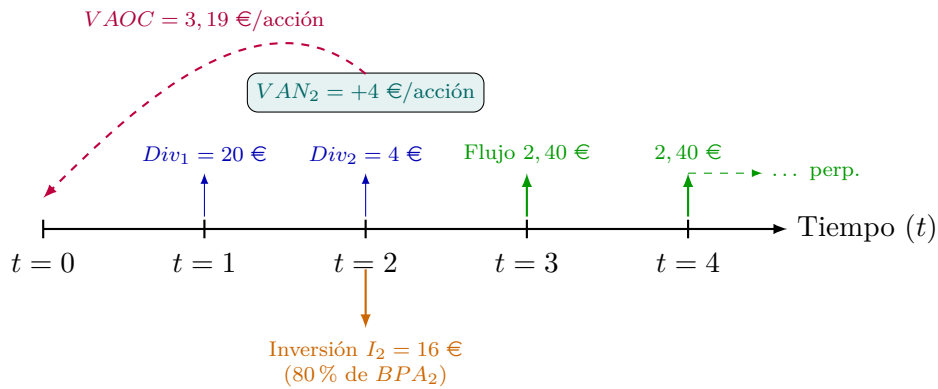


Figura 2.2: Línea temporal de la reinversión en $t = 2$, rentas perpetuas y descuento del VAOC a $t = 0$.

Apartado b) Precio actual de la acción (P_0)

Aplicamos la formulación del VAOC:

$$P_0 = \frac{BPA_1}{r} + VAOC = \frac{20}{0,12} + 3,1888 = 166,6667 + 3,1888 = 169,8555 \text{ €} \Rightarrow \mathbf{169,86 \text{ €/acción}}$$

Podemos verificar la consistencia del resultado mediante el método directo de descuento de dividendos. A partir de $t = 3$, el nuevo nivel de beneficio pasa a ser:

$$BPA_3 = BPA_2 + C = 20 + 2,40 = 22,40 \text{ €/acción}$$

Al no contemplarse nuevas reinversiones futuras, la empresa reparte el 100% como dividendos a perpetuidad ($Div_t = 22,40 \text{ €}$ para todo $t \geq 3$). El valor de dicha perpetuidad en $t = 2$ es:

$$P_2 = \frac{Div_3}{r} = \frac{22,40}{0,12} = 186,6667 \text{ €}$$

Descontando los flujos a $t = 0$:

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{Div_1}{1+r} + \frac{Div_2 + P_2}{(1+r)^2} = \frac{20}{1,12} + \frac{4 + 186,6667}{(1,12)^2} \\ &= 17,8571 + \frac{190,6667}{1,2544} = 17,8571 + 151,9983 = \mathbf{169,86 \text{ €/acción}} \end{aligned}$$

Ambas vías matemáticas coinciden exactamente.

Apartado c) Rentabilidad anual mínima admisible en $t = 2$

Para que la reinversión resulte conveniente para los accionistas, el proyecto debe crear valor, lo que exige un Valor Actual Neto no negativo en $t = 2$:

$$\text{VAN}_2 \geq 0 \iff -I_2 + \frac{I_2 \times \text{ROE}}{r} \geq 0 \iff \frac{\text{ROE}}{r} \geq 1 \iff \text{ROE} \geq r = 12\%$$

La rentabilidad anual mínima aceptable es del **12 %**. Si el rendimiento ofrecido por el proyecto fuera inferior al 12 % (por ejemplo, un 10 %), el VAN sería negativo y la dirección destruiría riqueza: los accionistas estarían perdiendo dinero respecto a recibir el dividendo líquido e invertirlo ellos mismos en activos financieros de riesgo equivalente al 12 %.

2.6 Ejercicio 9

2.6.1 Enunciado

Disponemos de la siguiente información de la empresa Z:

- $\text{BPA}_1 = 80$ euros/acción.
- Tasa de reparto de dividendos: 80 %.
- Se espera que los beneficios crezcan hasta el año 4, gracias a la obtención de una rentabilidad del 20 % en sus reinversiones de los años 1, 2 y 3.
- Desde ese año en adelante, se consideran agotadas las oportunidades de crecimiento, de forma que se repartirán todos los beneficios como dividendos.
- La tasa de capitalización del mercado es del 12 %.

SE PIDE:

- a) El precio de la acción de la empresa Z en el año 4.
- b) El precio actual de la acción de la empresa Z.

2.6.2 Solución y Justificación Técnica

Datos iniciales del problema:

- $\text{BPA}_1 = 80$ €/acción
- Tasa de reparto durante los años 1, 2 y 3: $p = 80\% = 0,80$
- Tasa de retención: $b = 1 - 0,80 = 20\% = 0,20$
- Rentabilidad sobre reinversiones: $\text{ROE} = 20\% = 0,20$
- Tasa de crecimiento anual en los primeros periodos:

$$g = b \times \text{ROE} = 0,20 \times 0,20 = 0,04 = 4\%$$

- A partir del año 4: se agotan las oportunidades de crecimiento y la tasa de reparto pasa al 100 % ($p_4 = 1, b_4 = 0$).
- Coste de capital del mercado: $r = 12\% = 0,12$.

1. Trayectoria de beneficios y dividendos por acción

Calculamos la evolución del beneficio y los dividendos año a año:

– **Año 1:**

$$\text{BPA}_1 = 80,00 \text{ €}, \quad \text{Div}_1 = 80 \times 0,80 = 64,00 \text{ €}$$

– **Año 2:**

$$\text{BPA}_2 = \text{BPA}_1 \times (1 + g) = 80 \times 1,04 = 83,20 \text{ €}, \quad \text{Div}_2 = 83,20 \times 0,80 = 66,56 \text{ €}$$

– **Año 3:**

$$\text{BPA}_3 = \text{BPA}_2 \times (1 + g) = 83,20 \times 1,04 = 86,528 \text{ €}, \quad \text{Div}_3 = 86,528 \times 0,80 = 69,2224 \text{ €}$$

– **Año 4:**

$$\text{BPA}_4 = \text{BPA}_3 \times (1 + g) = 86,528 \times 1,04 = 89,9891 \text{ €} \approx 89,99 \text{ €}$$

En el año 4 se reparten todos los beneficios como dividendos, por lo que:

$$\text{Div}_4 = \text{BPA}_4 = 89,9891 \text{ €}$$

Al no reinvertirse nada a partir del año 4, el beneficio se estabiliza de forma permanente: $\text{BPA}_t = 89,9891 \text{ €}$ y $\text{Div}_t = 89,9891 \text{ €}$ para todo $t \geq 5$.

Apartado a) Precio de la acción en el año 4 (P_4)

El precio ex-dividendo de la acción al final del año 4 representa el valor actualizado de los dividendos futuros a partir del año 5, los cuales configuran una renta perpetua constante sin crecimiento ($g = 0$):

$$P_4 = \frac{\text{Div}_5}{r} = \frac{89,9891}{0,12} \approx 749,909 \text{ €} \implies \mathbf{749,92 \text{ €/acción}}$$

(El ligero ajuste a 749,92 € procede del uso de $\text{BPA}_4 = 89,99 \text{ €}$ redondeado: $89,99/0,12 = 749,9167 \approx 749,92 \text{ €}$).

Apartado b) Precio actual de la acción (P_0)

Un inversor que adquiere la acción hoy percibe los dividendos de los años 1, 2 y 3, y en el año 4 cobra el dividendo Div_4 y puede liquidar la acción por su valor de mercado P_4 . Actualizando el flujo de caja completo a la tasa $r = 12\%$:

$$P_0 = \frac{\text{Div}_1}{1+r} + \frac{\text{Div}_2}{(1+r)^2} + \frac{\text{Div}_3}{(1+r)^3} + \frac{\text{Div}_4 + P_4}{(1+r)^4}$$

Sustituyendo los valores calculados:

$$\frac{\text{Div}_1}{1,12} = \frac{64,00}{1,12} = 57,1429 \text{ €}$$

$$\frac{\text{Div}_2}{(1,12)^2} = \frac{66,56}{1,2544} = 53,0612 \text{ €}$$

$$\frac{\text{Div}_3}{(1,12)^3} = \frac{69,2224}{1,404928} = 49,2711 \text{ €}$$

$$\frac{Div_4 + P_4}{(1,12)^4} = \frac{89,9891 + 749,9093}{1,573519} = \frac{839,8984}{1,573519} = 533,7717 \text{ €}$$

Sumando los cuatro términos actualizados:

$$P_0 = 57,1429 + 53,0612 + 49,2711 + 533,7717 = 693,2469 \text{ €} \Rightarrow \mathbf{693,25 \text{ €/acción}}$$

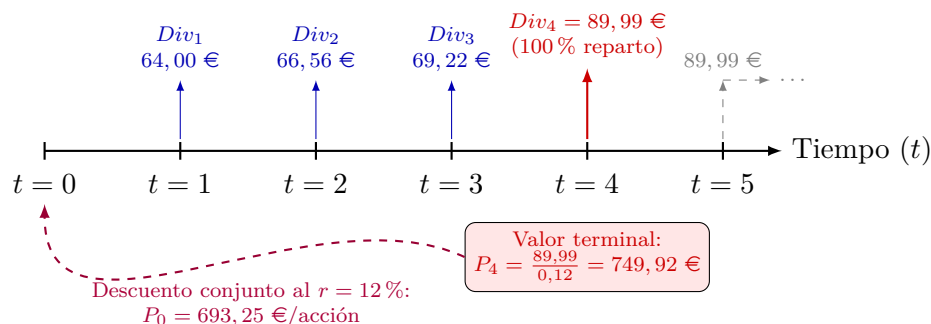


Figura 2.3: Esquema temporal de dividendos crecientes y perpetuidad terminal del Ejercicio 9.

El resultado encaja con total precisión con la solución oficial.

2.7 Ejercicio 10

2.7.1 Enunciado

La empresa Green Rock Corp. tiene una rentabilidad sobre el capital invertido del 10 % a perpetuidad y una tasa de crecimiento constante de sus reinversiones del 5 %. El valor contable por acción es actualmente de 91€. Suponga que la ROE y la tasa de reparto de dividendos se mantiene constante durante los próximos 2 años. Después de esa fecha, la competencia hará que la ROE descienda al 8 % a perpetuidad y la tasa de crecimiento constante baje al 2,4 %. La tasa de capitalización del mercado se estima en el 8 %.

Con esta información, determine:

1. El precio actual de la acción de la empresa Green Rock Corp., empleando el método del descuento de dividendos.
2. El precio actual de la acción de la empresa, detallando el cálculo previo del Valor Actual de la Oportunidades de Crecimiento (VAOC), explicando qué parte del precio se debe a las oportunidades de crecimiento.

2.7.2 Solución y Justificación Técnica

Datos iniciales del problema:

- Valor contable por acción en $t = 0$: $VC_0 = 91 \text{ €}$
- Tasa de capitalización del mercado: $r = 8\% = 0,08$

Fase 1 (años 1 y 2): - Rentabilidad sobre fondos propios: $ROE_1 = 10\% = 0,10$ - Crecimiento de reinversiones: $g_1 = 5\% = 0,05$ - Tasa de retención: $b_1 = \frac{g_1}{ROE_1} = \frac{0,05}{0,10} = 0,50$ (50 %) - Tasa de reparto de dividendos: $p_1 = 1 - b_1 = 0,50$ (50 %)

Fase 2 (año 3 en adelante): - La competencia erosiona los márgenes: $ROE_2 = 8\% = 0,08$ - Crecimiento a largo plazo: $g_2 = 2,4\% = 0,024$ - Nueva tasa de retención: $b_2 = \frac{g_2}{ROE_2} = \frac{0,024}{0,08} = 0,30$ (30%) - Nueva tasa de reparto de dividendos: $p_2 = 1 - b_2 = 0,70$ (70%)

1. Evolución contable y dividendos en los años 1 y 2

- Año 1:

- Beneficio generado sobre el valor contable inicial:

$$BPA_1 = VC_0 \times ROE_1 = 91 \times 0,10 = 9,10 \text{ €}$$

- Dividendo repartido:

$$Div_1 = BPA_1 \times p_1 = 9,10 \times 0,50 = 4,55 \text{ €}$$

- Beneficio retenido (reinversión):

$$I_1 = BPA_1 \times b_1 = 9,10 \times 0,50 = 4,55 \text{ €}$$

- Valor contable al cierre del año 1:

$$VC_1 = VC_0 + I_1 = 91 + 4,55 = 95,55 \text{ €} \quad (= 91 \times 1,05)$$

- Año 2:

- Beneficio generado sobre los recursos propios existentes:

$$BPA_2 = VC_1 \times ROE_1 = 95,55 \times 0,10 = 9,555 \text{ €}$$

- Dividendo repartido:

$$Div_2 = BPA_2 \times p_1 = 9,555 \times 0,50 = 4,7775 \text{ €}$$

- Beneficio retenido:

$$I_2 = 9,555 \times 0,50 = 4,7775 \text{ €}$$

- Valor contable al cierre del año 2:

$$VC_2 = VC_1 + I_2 = 95,55 + 4,7775 = 100,3275 \text{ €} \quad (= 91 \times 1,05^2)$$

2. Régimen a partir del año 3 y valoración terminal en $t = 2$

Al comenzar el año 3, el capital contable invertido en la empresa es $VC_2 = 100,3275 \text{ €}$. Debido a la presión competitiva, este capital genera a partir de ahora un rendimiento del 8%:

$$BPA_3 = VC_2 \times ROE_2 = 100,3275 \times 0,08 = 8,0262 \text{ €}$$

Con una tasa de reparto del 70%, el dividendo pagado en $t = 3$ es:

$$\text{Div}_3 = \text{BPA}_3 \times p_2 = 8,0262 \times 0,70 = 5,61834 \text{ €}$$

Dado que desde el año 3 los dividendos crecen al $g_2 = 2,4\%$ indefinidamente, aplicamos el modelo de Gordon y Shapiro para determinar el precio de la acción en $t = 2$:

$$P_2 = \frac{\text{Div}_3}{r - g_2} = \frac{5,61834}{0,08 - 0,024} = \frac{5,61834}{0,056} = 100,3275 \text{ €}$$

Obsérvese un hecho financiero capital: $P_2 = \text{VC}_2 = 100,3275 \text{ €}$. En el momento en que la rentabilidad de las inversiones coincide con el coste de capital ($\text{ROE} = r = 8\%$), el valor de mercado de los fondos propios es exactamente igual a su valor contable (la ratio Q de Tobin se sitúa en la unidad). Cualquier reinversión futura genera un VAN idéntico a cero.

Apartado 1) Precio de la acción por descuento de dividendos

Descontamos los dividendos de los años 1 y 2 más el valor de salida P_2 a la tasa $r = 8\%$:

$$P_0 = \frac{\text{Div}_1}{1+r} + \frac{\text{Div}_2 + P_2}{(1+r)^2} = \frac{4,55}{1,08} + \frac{4,7775 + 100,3275}{(1,08)^2}$$

Calculando cada sumando:

$$\frac{4,55}{1,08} = 4,21296 \text{ €}$$

$$\frac{105,105}{1,1664} = 90,11060 \text{ €}$$

Sumando ambas aportaciones:

$$P_0 = 4,21296 + 90,11060 = 94,3236 \text{ €} \Rightarrow \mathbf{94,32 \text{ €/acción}}$$

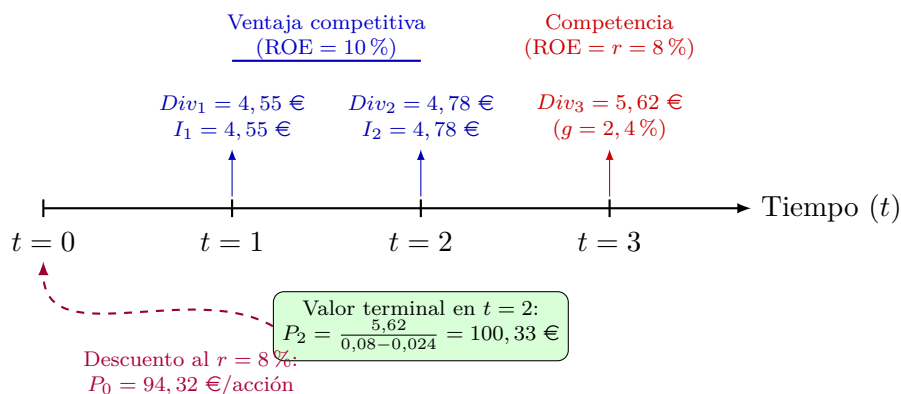


Figura 2.4: Línea de flujos de Green Rock Corp. y transición por convergencia competitiva.

Apartado 2) Cálculo del VAOC y descomposición económica del precio

Para explicar qué parte del precio se debe a las oportunidades de crecimiento, analizamos los proyectos de reinversión futuros de la empresa:

1. **Reinversiones a partir del año 3:** Cualquier euro reinvertido en $t \geq 3$ obtiene ROE = 8 %. Como el coste de capital del mercado es también del 8 %, el flujo perpetuo generado descuenta a la par:

$$\text{VAN}_t = -I_t + \frac{I_t \times 0,08}{0,08} = -I_t + I_t = 0 \quad \forall t \geq 3$$

Las reinversiones a partir de $t = 3$ no aportan nada al VAOC.

2. **Reinversión en el año 2** ($I_2 = 4,7775 \text{ €}$): Sus rendimientos comienzan en $t = 3$, cuando la rentabilidad ya ha caído al 8 %. Por tanto, genera $4,7775 \times 0,08$ a perpetuidad, rindiendo un $\text{VAN}_2 = 0$.
3. **Reinversión en el año 1** ($I_1 = 4,55 \text{ €}$): Esta es la única reinversión que aprovecha la rentabilidad del 10 % antes de la entrada de la competencia:
- En el año 2 genera un flujo de: $4,55 \times 10 \% = 0,455 \text{ €}$.
 - Del año 3 en adelante genera un flujo permanente al 8 %: $4,55 \times 8 \% = 0,364 \text{ €/año}$.
- El VAN de esta inversión en $t = 1$ es:

$$\begin{aligned} \text{VAN}_1 &= -4,55 + \frac{0,455}{1,08} + \frac{0,364/0,08}{1,08} = -4,55 + \frac{0,455 + 4,55}{1,08} \\ &= -4,55 + \frac{5,005}{1,08} = -4,55 + 4,6343 = +0,0843 \text{ €} \end{aligned}$$

El Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento en $t = 0$ es el valor actualizado de ese VAN_1 :

$$\text{VAOC} = \frac{\text{VAN}_1}{1+r} = \frac{0,0843}{1,08} \approx 0,08 \text{ €/acción}$$

Por su parte, el valor que tendrían hoy los activos existentes sin realizar ninguna reinversión ($\text{VC}_0 = 91 \text{ €}$ repartiendo todo su beneficio) es: - Años 1 y 2 rindiendo al 10 %: $91 \times 0,10 = 9,10 \text{ €}$ en $t = 1$ y $t = 2$. - A partir de $t = 3$ rindiendo al 8 %: $91 \times 0,08 = 7,28 \text{ €}$ perpetuo.

$$\text{Valor sin crecimiento} = \frac{9,10}{1,08} + \frac{9,10}{(1,08)^2} + \frac{7,28/0,08}{(1,08)^2} = 8,4259 + 7,8018 + 78,0178 = 94,2455 \text{ €}$$

Comprobamos la identidad aditiva:

$$P_0 = \text{Valor sin crecimiento} + \text{VAOC} = 94,2455 + 0,0780 = 94,3235 \text{ €} \approx 94,32 \text{ €}$$

De los 94,32 € que vale la acción, **94,24 €** corresponden a los activos ya instalados y únicamente **0,08 €** provienen de las oportunidades netas de crecimiento.

Nota comparativa con la fórmula estándar de libro de texto: Si se aplica la convención teórica rígida $P_0 = \frac{\text{BPA}_1}{r} + \text{VAOC}_{\text{estándar}}$, tomando como base una perpetuidad estática al nivel del año 1 ($\text{BPA}_1/r = 9,10/0,08 = 113,75 \text{ €}$), el VAOC resultante sería:

$$\text{VAOC}_{\text{estándar}} = 94,32 - 113,75 = -19,43 \text{ €}$$

Este valor negativo no significa que la empresa acometa proyectos destructivos de valor, sino que refleja el coste de la pérdida de ventaja competitiva: la imposibilidad de mantener el beneficio del año 1 de forma indefinida debido a la entrada de competidores que reducen la rentabilidad del 10 % al 8 %.

2.8 Ejercicio 11

2.8.1 Enunciado

La empresa North Atlantic S.A. se dedica al cultivo y venta de trigo, lo que le viene reportando unos beneficios netos anuales de 4.500.000 euros, importe que se prevé estable para los próximos años. Actualmente se está planteando introducirse en el cultivo y distribución de avena, lo que supondrá una inversión de 1.000.000 de euros en el año 1, previéndose la venta de 10.000 Tm/año de avena desde el año 2 en adelante. Los costes de producción y distribución ascienden a 100€/Tm, importe que se mantendrá constante a futuro y el precio previsto para la avena en los próximos años se estima en:

- Año 1: 140 €/Tm
- Año 2 y siguientes: 150 €/Tm

North Atlantic S.A. se financia sólo con fondos propios: tiene 1.000.000 de acciones en circulación y el coste de capitalización de las acciones es del 10 %. Todos los beneficios de la empresa se reparten como dividendos excepto en el año 1, en que se reinvertirá la cantidad necesaria para llevar a cabo el nuevo proyecto de la avena. Suponga asimismo que la empresa mantendrá su actividad a perpetuidad y que estamos en un contexto sin impuestos.

- a) Determine el valor actual de las oportunidades de crecimiento de esta empresa.
- b) Calcule el precio actual de las acciones de esta empresa.
- c) Calcule el ratio BPA_1/P_0 y explique por qué no coincide con el coste de capital del 10 %.

2.8.2 Solución y Justificación Técnica

Datos iniciales del problema:

- Actividad tradicional (Trigo): beneficios netos de 4,500,000 €/año constantes a perpetuidad
- Número de acciones en circulación: $N = 1,000,000$ acciones
- Coste de los fondos propios: $r = 10\% = 0,10$
- Beneficio por acción de la actividad base:

$$BPA_1(\text{trigo}) = \frac{4,500,000}{1,000,000} = 4,50 \text{ €/acción}$$

Parámetros del proyecto de inversión en Avena: - Desembolso en $t = 1$: $I_1 = 1,000,000 \text{ €}$ - Volumen de producción: 10,000 Tm/año a partir de $t = 2$ - Coste operativo unitario: 100 €/Tm constante - Ingresos netos del proyecto de avena: - En $t = 2$ (primer año operativo de venta): precio 140 €/Tm, margen unitario $140 - 100 = 40 \text{ €/Tm}$.

$$\text{Flujo}_2 = 10,000 \times 40 = 400,000 \text{ €}$$

- En $t \geq 3$ (a partir del segundo año operativo): precio 150 €/Tm, margen unitario $150 - 100 = 50 \text{ €/Tm}$.

$$\text{Flujo}_t = 10,000 \times 50 = 500,000 \text{ €/año a perpetuidad}$$

Apartado a) Determinación del VAOC de la empresa

El proyecto de avena constituye una oportunidad de crecimiento que se acomete en $t = 1$. Evaluamos su Valor Actual Neto en el momento del desembolso ($t = 1$):

$$VAN_1 = -I_1 + \frac{\text{Flujo}_2}{1+r} + \frac{\text{Flujo}_{3+}/r}{1+r}$$

Sustituyendo los importes:

$$VAN_1 = -1,000,000 + \frac{400,000}{1,10} + \frac{500,000/0,10}{1,10} = -1,000,000 + \frac{400,000 + 5,000,000}{1,10}$$

$$VAN_1 = -1,000,000 + \frac{5,400,000}{1,10} = -1,000,000 + 4,909,090,91 = 3,909,090,91 \text{ €}$$

El Valor Actual de las Oportunidades de Crecimiento para el conjunto de la empresa en el momento actual ($t = 0$) es el valor descontado de este VAN_1 :

$$VAOC_{\text{total}} = VAN_0 = \frac{VAN_1}{1+r} = \frac{3,909,090,91}{1,10} = \mathbf{3,553,719,01 \text{ €}}$$

Por acción ($N = 1,000,000$):

$$VAOC = \frac{3,553,719,01}{1,000,000} \approx \mathbf{3,5537 \text{ €/acción}} \Rightarrow \mathbf{3,55 \text{ €/acción}}$$

Actividad base (Trigo): Beneficio estable 4,5 M€/año $\Rightarrow P_0^{\text{base}} = \frac{4,50}{0,10} = 45 \text{ €/acción}$

$VAOC = 3,55 \text{ €/acción}$

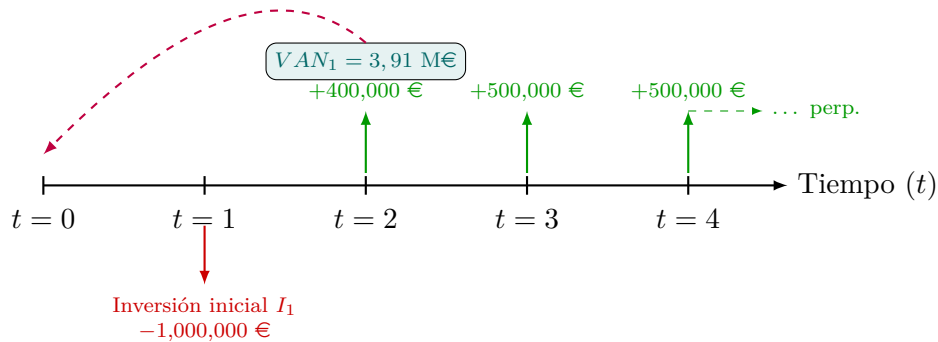


Figura 2.5: *Cronología del proyecto de avena y su aportación al VAOC en North Atlantic S.A.*

Apartado b) Precio actual de las acciones (P_0)

El valor de la acción se descompone en el valor de los activos tradicionales de trigo bajo una política de reparto total más el valor presente de la nueva línea de negocio de avena:

$$P_0 = \frac{BPA_1}{r} + VAOC = \frac{4,50}{0,10} + 3,5537 = 45,00 + 3,5537 = 48,5537 \text{ €} \Rightarrow \mathbf{48,55 \text{ €/acción}}$$

Apartado c) Cálculo del ratio BPA_1/P_0 y justificación técnica

Calculamos el ratio del beneficio del próximo año sobre el precio de cotización (la inversa del PER):

$$\frac{BPA_1}{P_0} = \frac{4,50}{48,5537} \approx 0,09268 = \mathbf{9,27\%}$$

El ratio arroja un 9,27 %, cifra estrictamente inferior a la tasa de capitalización de mercado del 10 % ($r = 10\%$).

Explicación teórica (diapositiva 58, Tema 2):

La relación analítica general entre el ratio BPA/Precio y la tasa de descuento r viene dada por:

$$\frac{BPA_1}{P_0} = r \left(1 - \frac{VAOC}{P_0} \right)$$

A partir de esta identidad:

1. Si $VAOC = 0$ (empresa vaca lechera o de renta pura), $\frac{BPA_1}{P_0} = r$. El ratio estima con exactitud la tasa de capitalización.
2. Si $VAOC > 0$ (empresa con oportunidades de crecimiento rentables), los inversores pagan en el precio de la acción no solo por los beneficios presentes, sino por el valor actual de los proyectos futuros con VAN positivo. Como consecuencia, el denominador P_0 aumenta, deprimiendo el ratio por debajo del coste de capital ($\frac{BPA_1}{P_0} < r$). El ratio BPA/Precio **infravalora** la rentabilidad exigida.
3. Si $VAOC < 0$ (empresa que reinvierte a tasas inferiores al coste de capital), el ratio BPA/Precio sobrevaloraría r .

Comprobamos numéricamente la fórmula para North Atlantic S.A.:

$$\frac{BPA_1}{P_0} = 0,10 \times \left(1 - \frac{3,5537}{48,5537} \right) = 0,10 \times (1 - 0,07319) = 0,10 \times 0,92681 = 9,27\%$$

La discrepancia se debe en exclusiva a que North Atlantic S.A. posee un proyecto con $VAN > 0$ cuyo valor ya está incorporado en la cotización de mercado.

Bibliografía

- Berk, J., & DeMarzo, P. (2020). *Finanzas Corporativas* (5.^a ed.). Pearson Educación.
- Brealey, R. A., Myers, S. C., Allen, F., & Edmans, A. (2023). *Principios de Finanzas Corporativas* (14.^a ed.). McGraw-Hill Interamericana de España.
- Fisher, I. (1930). *The Theory of Interest*. Macmillan.
- Gordon, M. J. (1962). *The Investment, Financing, and Valuation of the Corporation*. Richard D. Irwin.
- Jensen, M. C., & Meckling, W. H. (1976). Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. *Journal of Financial Economics*, 3(4), 305-360.
- Martínez Abascal, E. (2019). *Finanzas para Directivos* (3.^a ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Modigliani, F., & Miller, M. H. (1958). The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *The American Economic Review*, 48(3), 261-297.
- Ross, S. A., Westerfield, R. W., Jaffe, J., & Jordan, B. D. (2018). *Finanzas Corporativas* (11.^a ed.). McGraw-Hill Education.